



Deutsches Zentrum für  
Luft- und Raumfahrt



Technische Universität  
München

Moritz Thiele

# Erweiterung und Validierung eines Rotortools mit Konfigurationsstudie

Masterarbeit

Fachliche Betreuer (DLR-SR-FLS): Richard Kuchar, Thiemo Kier, Nir Kastner

Akademischer Betreuer (TUM-LLS): Christian Rössler

Abgabe: 9. September 2016

# Abstract (en)

The aim of this master's thesis was to expand the existing „Synthesis and Analysis of Rotors Framework“ (SARF) with methods for calculating the unsteady rotor performance and wake and to validate the entire implemented methodology. Therefore SARF has been expanded by method-independent extensions, such as the consideration of swept rotor blades and any, even cyclic blade pitch variation. Subsequently two advanced methods of unsteady rotor aerodynamics were implemented: The Unsteady Blade Element Momentum Method (UBEM) enables the performance analysis of a rotor by a profile-section representation of the geometry for variable, unsteady inflow conditions. The Unsteady Vortex Lattice Method (UVLM) allows the calculation of the rotor wake while considering aerodynamically effective objects in the rotor vicinity. With UVLM the interaction between a rotor and other elements of an aircraft in the context of the rotor can be analyzed and configuration studies of the preliminary design phase can be carried out. The results of UBEM were compared and validated with the already existing performance map of a Do-128-6 and the calculations of the open source CFD tool SU<sup>2</sup>. The results of UVLM were analyzed qualitatively.

# Abstract (de)

Ziel dieser Masterarbeit war es, das bestehende „Synthesis and Analysis of Rotors Framework“ (SARF) um Methoden zur Berechnung der instationären Rotor-Performance und des Nachlaufes zu erweitern und die gesamte implementierte Methodik zu validieren. Dazu wurden methodenunabhängige Erweiterungen, wie die Berücksichtigung gepfeilter Rotorblätter und eine beliebige, auch zyklische Blattwinkelverstellung in SARF integriert. Aufbauend auf diesem Stand wurden anschließend zwei erweiterte Methoden der instationären Rotor-Aerodynamik implementiert: Die Unsteady-Blade-Element-Momentum-Methode (UBEM) ermöglicht eine Performanceanalyse eines Rotors durch eine Profilschnitt-Repräsentation der Geometrie für variable, instationäre Anströmungsverhältnisse. Die Unsteady-Vortex-Lattice-Methode (UVLM) ermöglicht die Berechnung des Rotornachlaufs unter Berücksichtigung aerodynamisch wirksamer Objekte im Rotorumfeld - damit lassen sich die Interaktion zwischen einem Rotor und anderen Elementen eines Flugzeugs untersuchen und Konfigurationsstudien in der Vorentwurfsphase von Luftfahrzeugen durchführen. Die Ergebnisse der UBEM wurden einerseits mit dem bereits existenten Kennfeld eines Rotors einer Do-128-6 und andererseits mit den Berechnungen des Open-Source CFD-Tools SU<sup>2</sup> verglichen und validiert. Die Ergebnisse der UVLM wurden qualitativ untersucht.

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Mirko Hornung bedanken, der es mir ermöglicht hat, an diesem interessanten Thema zu arbeiten.

Zugleich gilt mein Dank auch meinem Betreuer Dr.-Ing. Christian Rößler für die Betreuung meiner externen Semesterarbeit und für die produktiven Meetings, bei denen er mich mit seinem Fachwissen und seinen Anregungen sehr unterstützt hat.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen Betreuern des Deutschen Zentrums für Luft und Raumfahrt Richard Kuchar, Nir Kastner und Thiemo Kier für die vielen Gespräche und Ratschläge und dass sie immer ein offenes Ohr und viel Geduld mit meinen Fragen hatten.

Außerdem möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir dieses Studium überhaupt erst ermöglicht und mich die komplette Zeit in allen Belangen sehr unterstützt haben.

Zu guter Letzt möchte ich meiner Freundin Christina für die seelische und moralische Unterstützung über die ganze Zeit der Masterarbeit danken.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>X</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>2</b>
1.1 Ziele der Arbeit . . . . .	2
1.2 Vorgehensweise . . . . .	3
<b>2 Methoden für die erweiterte Rotorberechnung</b>	<b>4</b>
2.1 Unsteady Blade Element Momentum Method (UBEM) . . . . .	5
2.1.1 Überblick BEM - stationär . . . . .	5
2.1.2 UBEM-Algorithmus - instationär . . . . .	6
2.1.3 Berechnung der Profilkkräfte . . . . .	7
2.1.4 Induzierte Geschwindigkeit $W$ . . . . .	8
2.1.5 Dynamic-Wake-Model . . . . .	9
2.1.6 Resultierende lokale Profilanströmung . . . . .	11
2.1.7 Ergebnis und Zusammenfassung . . . . .	12
2.2 Unsteady Vortex Lattice Method (UVLM) . . . . .	13
2.2.1 Diskretisierung der Geometrie . . . . .	15
2.2.2 Biot-Savart-Gesetz . . . . .	17
2.2.3 UVLM-Algorithmus . . . . .	19
2.2.4 Kräfte und Momente . . . . .	23
2.2.5 Unterschiede zwischen UVLM & Wake-Relaxation . . . . .	24
2.2.6 Zusammenfassung UVLM . . . . .	24
2.3 Unsteady Panel Method . . . . .	25
2.3.1 Algorithmus - Panel-Methode . . . . .	26
2.3.2 Zusammenfassung Panel-Methode . . . . .	27
2.4 Computational Fluid Dynamics (CFD) . . . . .	28
2.5 Vergleich der untersuchten Methoden . . . . .	28
<b>3 Architektur und Funktionalität von SARF</b>	<b>31</b>
3.1 Syntheseprozess und Rotorstruktur . . . . .	31
3.2 Analyseprozess . . . . .	33
<b>4 Ausbau der Basis-Funktionen von SARF</b>	<b>35</b>

4.1	Funktionale Erweiterungen . . . . .	35
4.1.1	Blade Sweep . . . . .	35
4.1.2	Zyklische Blattwinkelverstellung . . . . .	38
4.1.3	Interpolation durch Thin Plate Splines (TPS) . . . . .	38
4.2	Methodische Überarbeitung der Profilpolarenberechnung mittels XFOIL	41
4.3	Fehlerkorrektur . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Erweiterung von SARF um die Methoden UBEM und UVLM</b>	<b>44</b>
5.1	Implementierung der UBEM . . . . .	44
5.1.1	Instationäres Verhalten . . . . .	44
5.1.2	Interpolation der Profilpolaren . . . . .	47
5.2	Implementierung von UVLM . . . . .	48
5.2.1	Input-Datenstruktur . . . . .	48
5.2.2	Neu-Implementierung des Biot-Savart-Gesetzes . . . . .	50
5.2.3	Einschränkende Annahmen . . . . .	51
5.3	Implementierung eines Demonstrations-Anwendungsfalls . . . . .	52
5.3.1	Rotor-Erstellung . . . . .	53
5.3.2	Berechnung der Missionsteile . . . . .	54
<b>6</b>	<b>Validierung von UBEM und UVLM</b>	<b>57</b>
6.1	Validierung der UBEM . . . . .	57
6.1.1	Variation des Transitionspunktes in XFOIL . . . . .	57
6.1.2	Validierung mit Hilfe eines weiteren Kennfeldes . . . . .	65
6.1.3	Validierung mit $SU^2$ . . . . .	84
6.1.4	Validierung durch Korrekturmethode . . . . .	84
6.2	UVLM . . . . .	85
6.2.1	Nachlaufgeometrie aus Wirbelelementen . . . . .	85
6.2.2	Betrachtung des Auftriebs . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>91</b>
7.1	Ergebnisse . . . . .	92
7.2	Ausblick . . . . .	92
7.3	Fazit . . . . .	93
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>94</b>

# Symbolverzeichnis

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\alpha$	Anstellwinkel	$[rad]$
$\alpha_0$	Anstellwinkel eines Profils für $C_L = 0$	$[rad]$
$\alpha_{TPS}$	Parameter der TPS-Interpolation. In der Matlab-Implementierung von SARF $\lambda$ genannt.	$[-]$
$\beta$	lokal: Neigung des Profils zur Rotorebene allgemein: Neigung des Rotorblattes zur Rotorebene	$[rad]$
$\chi$	Richtung, aus der der Rotor schräg angeströmt wird	$[rad]$
$\chi_W$	Schräglaufwinkel des Nachlaufs	$[rad]$
$\epsilon$	$\frac{\text{Widerstands-}}{\text{Auftriebs-}}$ Kennwert. $\frac{1}{\epsilon}$ entspricht der Gleitzahl	$[-]$
$\Gamma$	Wirbelstärke	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$
$\gamma$	Winkel, unter dem der Rotor schräg angeströmt wird	$[rad]$
$\Omega$	Drehgeschwindigkeit des Rotors	$\left[\frac{rad}{s}\right]$
$\vec{n}_{bcp}$	Normalvektor jedes Kontrollpunkts bei UVLM	$[-]$
$\phi$	Winkel zwischen Rotorebene und lokaler Profilanströmung $W$	$[rad]$
$\rho$	Dichte	$\left[\frac{g}{cm^3}\right]$
$\theta$	Umlaufender Azimut-Winkel während einer Umdrehung des Rotors	$[rad]$
$\varphi$	lokaler Blattpfeilungswinkel	$[rad]$
$a$	Schallgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$a_x$	Axialer Interferenzfaktor. Beschreibt die Beschleunigung der Strömung zum Rotor hin.	$[-]$
$a_{nY}$	Axialer Interferenzfaktor ohne Berücksichtigung schräger Anströmung (no Yaw)	$[-]$
$B$	Anzahl der Rotorblätter	$[-]$
$c$	lokale Profiltiefe	$[m]$
$C_D$	Widerstandsbeiwert eines Blattprofils	$[-]$
$C_L$	Auftriebsbeiwert eines Blattprofils	$[-]$
$C_P$	Power-Koeffizient zur Charakterisierung der Performance	$[-]$

$C_T$	Schub-Koeffizient des Rotors	$[-]$
$D$	Widerstand (Drag)	$[N]$
$F$	Prantlscher Blattspitzen-Verlustfaktor	$[-]$
$f_g$	Glauert correction	$[-]$
$J$	Fortschrittsgrad $J = \frac{V}{2Rn}$	$[-]$
$L$	Auftrieb (Lift)	$[N]$
$Ma$	Machzahl	$[-]$
$n$	Einheitsvektor in Schubrichtung	$[-]$
$n_B$	Anzahl der Wirbelringe einer Wirbelring-Gruppe bei UVLM	$[-]$
$n_C$	Anzahl der Ecken pro Wirbelring bei UVLM	$[-]$
$n_T$	Anzahl der Zeitschritte	$[-]$
$P$	Rotorleistung (Power)	$[W]$
$Q$	Drehmoment an der Rotorachse	$[N]$
$R$	Rotorradius	$[m]$
$r$	radiale Koordinate am Rotor von Nabe zur Spitze	$[0...1]$
$r_{wcp}$	xyz-Koordinaten der Nachlauf-Kontrollpunkte	$[m]$
$Re$	Reynoldszahl $Re = \frac{Wc}{\nu}$	$[-]$
$rpm$	Drehgeschwindigkeit des Rotors (Umdrehungen pro Minute)	$\left[\frac{1}{min}\right]$
$rps$	Drehzahl des Rotors: Umdrehungen pro Sekunde	$\left[\frac{1}{s}\right]$
$T$	Rotorschub (Thrust)	$[N]$
$t$	Profildicke	$[m]$
$t_{Step}$	Zeitschritt bei der Anwendung des Biot-Savart-Gesetzes	$[s]$
$V_\infty$	Geschwindigkeit der freien Anströmung	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$V_W$	axiale Geschwindigkeit des Nachlaufs	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$V_{ind}$	Induzierte Geschwindigkeit eines Punktes aufgrund des Einflusses eines Wirbels nach dem Biot-Savart-Gesetz	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$V_{Inflow}$	Auf den Rotor treffender (instationärer) Geschwindigkeitsvektor	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$V_{res \perp VK}$	senkrecht zur Profilverdickung stehender Anteil der lokalen Profilanströmung $V_{res}$ eines gefeilten Rotorblattes	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$V_{res}$	resultierende lokale Profilanströmung am Rotorblatt aus $V_R$ , $\Omega r$ und $W$	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$W$	resultierende, durch den Nachlauf induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene für die UBEM	$\left[\frac{m}{s}\right]$

$W_{nY}$	durch den Nachlauf induzierte Geschwindigkeit ohne Berücksichtigung schräger Anströmung (no Yaw)	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$W_{par}$	in der Rotorebene, parallel zu einem nicht-angestellten Profil liegender Anteil von $W$	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$W_{perp}$	senkrecht zur Rotorebene, in Axialrichtung des Rotors liegender Anteil von $W$	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$W_{stat}$	stationäre, durch den Nachlauf induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene für die UBEM	$\left[\frac{m}{s}\right]$

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Stationäre Geschwindigkeitsvektoren am Profilschnitt . . . . .	5
2.2	Instationäre Geschwindigkeitsvektoren am Profilschnitt . . . . .	7
2.3	Verzögerung des Nachlaufeinflusses durch das Dynamic-Wake-Model . .	10
2.4	Gitterelement mit Wirbelring . . . . .	15
2.5	Diskretisierung von Rotorgeometrie und Nachlauf aus Colmenares [5, S. 3]	16
2.6	Veranschaulichung des Biot-Savart-Gesetzes . . . . .	18
2.7	Geometriediskretisierung der Panel-Methode aus Katz [11, S. 355] . . .	25
3.1	Programmarchitektur nach [21] . . . . .	32
4.1	Rotorblatt mit Pfeilung . . . . .	36
4.2	Einfluss von $\alpha_{TPS}$ auf die Interpolationsfläche aus Benini [4, S. 6]: kleines $\alpha_{TPS}$ links, großes $\alpha_{TPS}$ rechts . . . . .	40
4.3	Kurze Wirbel . . . . .	42
4.4	Lange Wirbel . . . . .	42
4.5	Kurze Wirbel . . . . .	43
4.6	Lange Wirbel . . . . .	43
5.1	Schräge Anströmung des Rotors . . . . .	45
5.2	Wirbelablösung über eine Ecke nach Preidikman [19, S. 95f]. Durch Markierung einiger Eckpunkte modifiziert . . . . .	52
6.1	IMPULLS UAV [9] . . . . .	58
6.2	Windkanal-Messdaten für die Drehzahl 5000 rpm . . . . .	59
6.3	Effizienzunterschied zwischen Berechnung und Messung . . . . .	60
6.4	Windkanal Messdaten für 5000 rpm . . . . .	61
6.5	Windkanal Messdaten für 5000 rpm . . . . .	62
6.6	Verteilung der Windkanal-Messdaten gruppiert nach Drehzahl . . . . .	63
6.7	Windkanal Messdaten für 6000 rpm . . . . .	64
6.8	Forschungsflugzeug der TU Braunschweig: Do-128-6 [8] . . . . .	65
6.9	Faro-Arm . . . . .	66
6.10	Konstruktionszeichnung Stativ (Auszug). Von M. Neves (DLR-SR-FLS)	67
6.11	Aufbau des Scanners vor dem Propeller . . . . .	68
6.12	Scanvorgang mit dem Faro-Arm . . . . .	69
6.13	Polygonmesh des gescannten Propellerblattes . . . . .	70
6.14	Nachbearbeiteter, exemplarischer Profilschnitt Nummer 10 . . . . .	71

6.15	Basisreferenzierung der gescannten Geometrie (Blatt - Nabenmitte) . .	72
6.16	3D-Darstellung der Interpolationsflächen für $\alpha_{TPS} = 0$ . . . . .	74
6.17	3D-Darstellung der Interpolationsflächen für $\alpha_{TPS} = 0.2$ . . . . .	75
6.18	$\alpha_{TPS} = 0$ . . . . .	76
6.19	$\alpha_{TPS} = 0.2$ . . . . .	77
6.20	Referenzkennfeld des DO-128-6 Propellers . . . . .	79
6.21	Bei der Performanceanalyse berechnete Punkte . . . . .	80
6.22	Bei der Performanceanalyse berechnete Punkte über dem Referenzkennfeld	81
6.23	Effizienzunterschied aller berechneten Punkte . . . . .	82
6.24	Effizienzunterschied aller berechneten Punkte . . . . .	83
6.25	Nachlaufgeometrie eines Rotorblattes . . . . .	85
6.26	Nachlaufgeometrie eines Rotorblattes über mehrere Zeitschritte . . . .	86
6.27	Nachlaufgeometrie eines Rotorblattes mit Objekt im Nachlauf . . . . .	87
6.28	Auftriebsverteilung über die Rotorblätter . . . . .	88
6.29	Auftriebsverteilung über die Rotorblätter ohne Ablösung an der Blattspitze	89
6.30	Auftriebsverteilung über die Rotorblätter mit Objekt im Nachlauf . . .	90

# 1 Einführung

Bei der Entwicklung von Luftfahrzeugen ist es besonders in den frühen Phasen erforderlich, die aerodynamischen Eigenschaften vieler Varianten und Variationen von Komponenten mit effizienten Methoden schnell und kostengünstig zu berechnen und zu bewerten.

Für Luftfahrzeuge mit Rotorantrieb hat die Berechnung der aerodynamischen Performance der Propeller und deren Interaktion mit in ihrem Luftstrom liegenden Objekten (Gehäuse von Antrieben, Tragflächen oder der Rumpf) eine herausragende Bedeutung.

Deshalb wurde in der durch das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) und die Technische Universität München (TUM) gemeinsam betreuten Semesterarbeit [21] das „Synthesis and Analysis of Rotors Framework“ (im Folgenden SARF genannt) geschaffen. Die Semesterarbeit konnte dank der weitgehend universellen Auslegung der Datenstrukturen und der flexiblen Programmstruktur als Grundlage dieser Masterarbeit herangezogen werden.

Mit SARF können sowohl Geometrien für festgelegte Betriebspunkte in einem Syntheseprozess entworfen, als auch gegebene Geometrien unter verschiedenen Aspekten analysiert werden.

## 1.1 Ziele der Arbeit

Die Untersuchung verschiedener Rotorberechnungsverfahren, die Selektion der am besten geeigneten Verfahren, deren Implementierung und Integration in SARF sowie die Validierung des auf diese Weise erweiterten Programmsystems sind der Schwerpunkt dieser Masterarbeit.

Die im Rahmen dieser Arbeit implementierten Analyseverfahren sollen im Gegensatz zu den in [21] untersuchten und implementierten stationären Verfahren auch instationäres Verhalten der Rotoranströmung und des Rotors verarbeiten können.

Für die Analyse eines Flugmissions-Verlaufs, bei der ein spezieller Fokus auf den Übergängen der einzelnen Flugzustände liegt, soll die quasistationäre Berechnung mit der Analysemethode der BEM um die Verarbeitung instationärer Flugzustände erweitert werden.



Ein weiteres Ziel sind vorbereitende Arbeiten zur Durchführung einer Konfigurationsstudie, um die Performance-Unterschiede zwischen Pusher-, Traktor- und anderen Konfigurationen eines Propellerantriebs ermitteln zu können. Für diese Betrachtungen muss zusätzlich zum Propeller auch dessen Umgebung mit einer Methode, die im Luftstrom befindliche Objekte berücksichtigen kann, berechnet werden. Die Interaktion zwischen dem Propeller und den anderen Objekten wird aus der Betrachtung der jeweiligen Nachlaufgeometrien ermittelt.

Sowohl die neu zu implementierenden als auch die bereits bestehenden Methoden sollen umfassend validiert werden. Dazu sollen einerseits bereits vorhandene Validierungsdaten weiterverwendet, als auch neue Referenzdaten hinzugezogen werden.

Als Ergebnis der Arbeit sollen vorgefertigte Anwendungsfälle zur Berechnung zur Verfügung stehen, die ohne großen Aufwand für weitere unterschiedliche Missionen modifiziert werden können.

## 1.2 Vorgehensweise

Für die Masterarbeit wurde folgende Vorgehensweise gewählt:

1. Eine Literaturrecherche nach Methoden durchführen, die instationäres Verhalten der Rotoranströmung und des Rotors, sowie Objekte im Nachlauf verarbeiten können.
2. Die gefundenen Methoden untersuchen auf ihre Eignung zur Implementierung (Rechenzeit, Konvergenzverhalten, Kompatibilität zu SARF) und Selektion der am besten geeigneten Methoden.
3. Eine Fehleranalyse und -korrektur im gemäß [21] bereits vorhandenen Rotor-Programmsystem durchführen sowie methodenunabhängige strukturelle Erweiterungen in SARF implementieren.
4. Die in Punkt 2 ausgewählten neuen Methoden zur Rotoranalyse implementieren, integrieren und testen.
5. Alle neu implementierten und die bereits im ursprünglichen Programmsystem vorhandenen Methoden validieren.

## 2 Methoden für die erweiterte Rotorberechnung

SARF soll um zusätzliche Methoden zur Rotoranalyse erweitert werden. Insbesondere sollen dabei folgende Aspekte berücksichtigt werden:

1. Instationäre Berechnung: Es soll möglich sein, sowohl die Anströmung, als auch die Bewegung des Rotors instationär zu variieren.
2. Wiederverwendung bereits vorhandener Funktionalität und Struktur
3. Schnelle Berechnung der Rotorperformance an verschiedenen Betriebspunkten
4. Nachlaufberechnung des Rotors mit der Möglichkeit, andere Objekte vor bzw. hinter dem Rotor zu platzieren und deren Nachlaufinteraktion zu beschreiben

Methoden zur Erfüllung dieser Anforderungen wurden in einer Literaturrecherche gesucht und ausgewählt. Nach einer Vorauswahl werden folgende Algorithmen genauer untersucht:

- Unsteady Blade Element Momentum Method (UBEM)
- Unsteady Vortex-Lattice Method (UVLM)
- Unsteady Panel Method
- Computational Fluid Dynamics (CFD)

Die Ergebnisse der Untersuchungen werden am Ende des Kapitels gegenübergestellt und nach den o.a. Kriterien bewertet. Entsprechend dem Ergebnis der Bewertung werden daraus die geeignetsten Methoden zur Implementierung ausgewählt, wobei auch der voraussichtliche Implementierungsaufwand berücksichtigt wird.

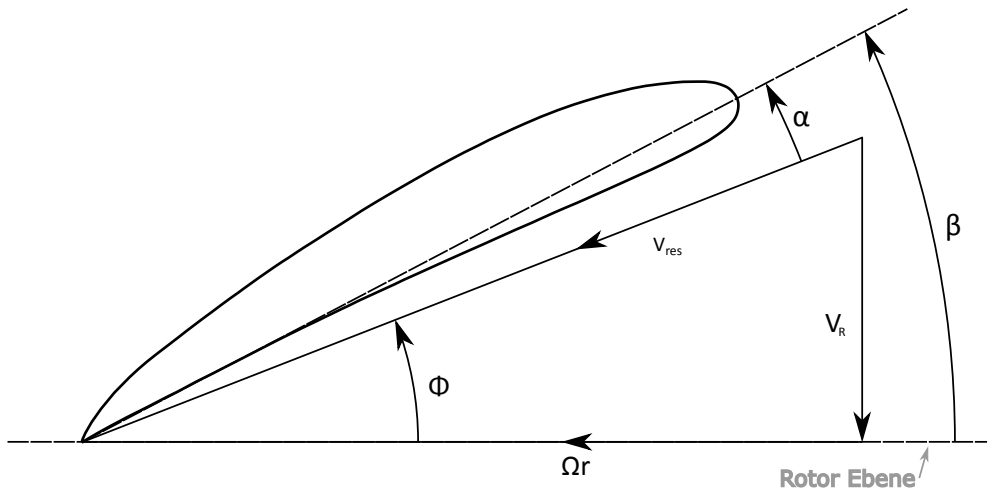
## 2.1 Unsteady Blade Element Momentum Method (UBEM)

Die in SARF vorhandene stationäre Blade Element Momentum Methode (BEM) ist bereits darauf ausgelegt, die Rotorperformance schnell und effizient für bestimmte stationäre Betriebspunkte zu berechnen. Wegen der großen Ähnlichkeit der stationären und der instationären Methode wird die BEM zuerst kurz erläutert, bevor genauer auf die instationäre UBEM eingegangen wird.

### 2.1.1 Überblick BEM - stationär

In der zugrunde liegenden Arbeit [21] ist die Blade Element Momentum Methode (BEM) nach Adkins und Liebeck [2] implementiert.

Ein Rotor wird dabei durch eine beliebige Anzahl diskreter Profilschnitte dargestellt. Für die Profilformen dieser Schnitte müssen in einer Datenbank die Profilpolaren hinterlegt sein, auf die während der Berechnung zugegriffen wird.



**Abbildung 2.1:** Stationäre Geschwindigkeitsvektoren am Profilschnitt

Der von Adkins in [2] vorgegebene Ablauf sieht vor, dass der in Abbildung 2.1 als  $\phi$  eingezeichnete Winkel zwischen der Rotorebene und der tatsächlich vorhandenen Anströmung  $V_{res}$  jedes Profilschnitts iterativ bestimmt wird. Zusammen mit der globalen Anströmungsgeschwindigkeit und dem Blattwinkel  $\beta$  kann damit der effektive Anströmungswinkel  $\alpha$  zwischen der Anströmung und den Profelsehnen (siehe Abbildung 2.1) berechnet werden. Mit diesem Winkel und den Kennzahlen der Anströmung (Machzahl  $Ma$  und Reynoldszahl  $Re$ ) werden die Profilkräfte aus den Profilpolaren interpoliert

und daraus nach Konvergenz der Iteration die Rotorkennwerte  $C_P, C_T$  und die Effizienz  $\eta$  berechnet.

### 2.1.2 UBEM-Algorithmus - instationär

Die ersten drei Anforderungen an die Berechnungsmethoden legen die Implementierung einer UBEM nahe. Im Folgenden werden die Eigenschaften der UBEM und die Unterschiede zur stationären BEM erläutert. Das beschriebene Verfahren orientiert sich größtenteils an der von Hansen [10] beschriebenen Methode.

Algorithmus 1 veranschaulicht die Berechnung.

---

**Algorithm 1** Berechnung der Rotorperformance mit der UBEM nach Hansen [10, S. 99]

---

```

1: Initialize rotor geometry and rotation
2: Calculate local incoming velocities  $V_{Inflow} \forall t$  on each profile section
3: Calculate local blade pitch  $\beta \forall t$  respecting variable pitch behaviour
4: Initialize all parameters and velocities
5: for  $t = t_0$  to  $t = n_T \Delta t$  do ▷ Sweep over all timesteps
6:   while  $\Delta\phi > \text{Toleranz}$  do ▷ Iterate for every Profilesection until convergence
7:     Calculate Prantl Tip Loss Faktor  $F$ 
8:     Calculate  $\alpha = \beta - \phi$ 
9:     Interpolate  $C_L$  and  $C_D$  from lift- and drag-curves and calculate  $\epsilon = \frac{C_D}{C_L}$ 
10:    Determine aerodynamic loads  $(c_x, c_y)$  due to lift and drag
11:    Compute  $W_{stat}$  in axial and azimuthal direction
12:    Apply Dynamic Wake model to  $W$  for unsteady behaviour
13:    Incorporate azimuthal variation of  $W$  for yawed rotor
14:    Update  $V_{res} = V_{Inflow} + V_{rot} + W$ 
15:    Calculate new  $\phi$  and determine  $\Delta\phi$ 
16:    Update  $Re$  and  $Ma$ 
17:   end while
18: end for

```

---

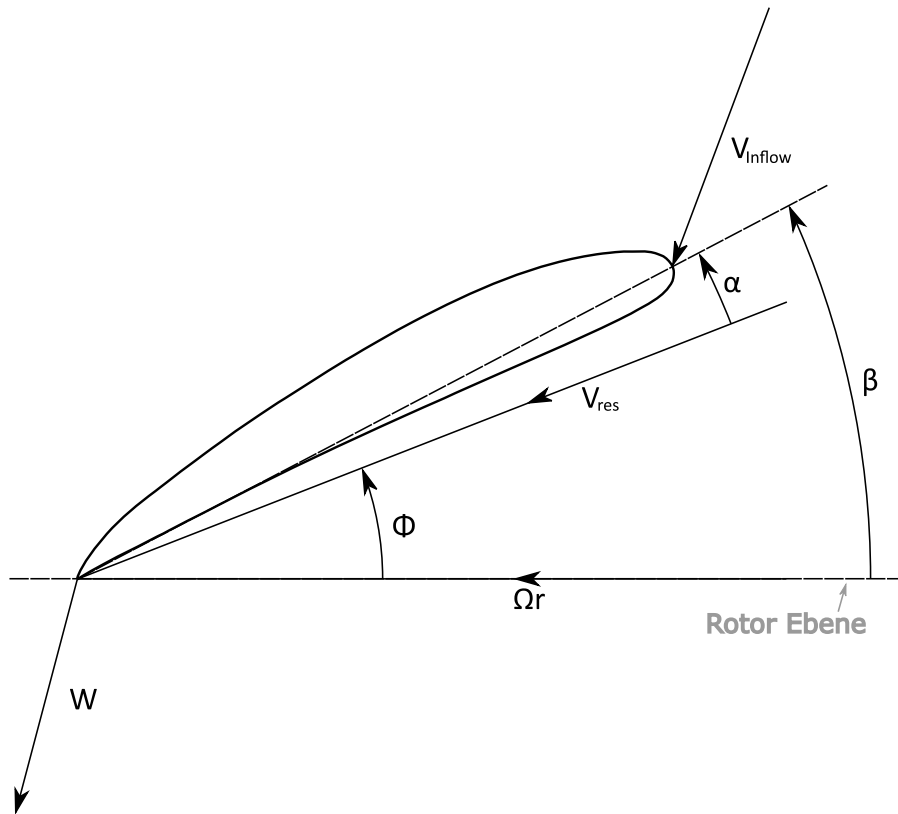
Wie im stationären Fall müssen zuerst die Rotorgeometrie und Anströmungsgeschwindigkeit initialisiert werden. Zusätzlich müssen dabei die Bewegung des Rotors im Raum und die daraus resultierende Anströmungsva-riation berücksichtigt werden. Letztere wird zur zeitlich variablen Anströmungsgeschwindigkeit  $V_{Inflow}$  addiert. Anschließend wird für jeden Azimutwinkel  $\theta$  zu jedem Zeitschritt der Blattwinkel  $\beta$  berechnet und zusammen mit allen anderen Parametern und Geschwindigkeiten initialisiert.

Die instationäre Berechnung selbst läuft mit einer Schleife über alle Zeitschritte und wird in den folgenden Abschnitten genauer beschrieben. Jeder Zeitschritt enthält im Unterschied zu der Methode nach Hansen selbst eine Iterationsschleife über den lokalen

Anströmungswinkel  $\phi$ , in der die Berechnung konvergieren muss. Dieses Vorgehen stützt sich auf den von Adkins [2] beschriebenen Algorithmus der stationären BEM. Nach Konvergenz der Iteration über  $\phi$  können für jeden Zeitschritt die Rotorkennwerte bestimmt werden.

### 2.1.3 Berechnung der Profilkräfte

Die ersten der folgenden Schritte entsprechen dem Vorgehen beim stationären Algorithmus, werden jedoch mit den zeitlich veränderlichen Variablen berechnet. Nach Berechnung des Prantl-schen Blattspitzen-Verlustfaktors  $F$  wird in Zeile 8 des Algorithmus mit Gleichung 2.1.1 an jedem Profilschnitt der lokale Anstellwinkel  $\alpha$  berechnet.



**Abbildung 2.2:** Instationäre Geschwindigkeitsvektoren am Profilschnitt

Aus Abbildung 2.2 lässt sich der Zusammenhang zwischen den Winkeln  $\alpha$ ,  $\phi$ , und  $\beta$  ableiten:

$$\alpha = \beta - \phi \quad (2.1.1)$$

Der Winkel  $\phi$  wird dabei in der vorherigen Iteration berechnet und übernommen. Darin berücksichtigt ist auch die durch den Nachlauf induzierte, in der vorherigen Iteration berechnete Geschwindigkeit  $W$ . Der Blattwinkel  $\beta$  berücksichtigt die instationäre Änderung des Blattwinkels bei Verstellpropellern.

Mit diesem Anstellwinkel und den in der vorherigen Iteration berechneten Reynolds- und Machzahlen wird in Zeile 9 auf die zum jeweiligen Profil gehörenden Profilpolaren zugegriffen und daraus werden der lokale Auftriebsbeiwert  $C_L$  und der Widerstandsbeiwert  $C_D$  interpoliert. Nach der Berechnung von  $\epsilon = \frac{C_D}{C_L}$  werden die aerodynamischen Lasten ( $c_x$ ,  $c_y$ ) auf die Profilschnitte senkrecht und parallel zur Rotorebene mit den Gleichungen 2.1.2 berechnet. Radiale Kräfte werden wie im stationären Verfahren nicht berücksichtigt.

$$\begin{aligned} c_x &= C_L (\cos \phi - \epsilon \sin \phi) \\ c_y &= C_L (\sin \phi - \epsilon \cos \phi) \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

### 2.1.4 Induzierte Geschwindigkeit $W$

Nun folgen mit den Zeilen 11 bis 14 Arbeitsschritte, um bei einer instationären Berechnung im Vergleich zur stationären BEM zusätzlich den Einfluss des Nachlaufs aus den vorherigen Zeitschritten auf den Rotor zu berücksichtigen. Dies geschieht, wie aus Abbildung 2.2 ablesbar, durch Einführung eines zusätzlichen Terms  $W$ . Dieser wird in jedem Zeitschritt berechnet und mit der lokalen Profilanströmung zur resultierenden Anströmung  $V_{res}$  addiert.

Zuerst wird  $W_{stat}$  mit den Gleichungen 2.1.3 für eine stationäre, planare, frontale Anströmung berechnet.  $W_{stat}$  bildet dabei die Grundlage der Berechnung der instationären, durch den Nachlauf induzierten Geschwindigkeit. Die Berechnung erfolgt separat als Anteil parallel und senkrecht zur Rotorebene. Die radiale Komponente wird vernachlässigt.

$$\begin{aligned} W_{perpstat} &= \frac{BL \cos \phi}{4\pi\rho r F |V_{Inflow} + f_g \mathbf{n} \cdot \mathbf{W}|} \\ W_{parstat} &= \frac{BL \sin \phi}{4\pi\rho r F |V_{Inflow} + f_g \mathbf{n} \cdot \mathbf{W}|} \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Die Glauert-Korrektur  $f_g$  ist eine empirische Relation zwischen dem Schubkoeffizienten  $C_T$  und dem axialen Interferenzfaktor  $a_x$ . Dieser Faktor wird nach [14, S. 116] benötigt, wenn  $a_x > 0.4$ . In diesem Fall geht der Nachlauf in einen turbulenten Zustand über. Nach der, der BEM zugrunde liegenden Impulstheorie ist dies nur durch Rückströmung im Nachlauf möglich. Diese Rückströmungen verletzen allerdings die Grundannahme der Impulstheorie. Um dieses Phänomen zu berücksichtigen, müssten 3D-Effekte in die

Berechnung einfließen, was mit der klassischen BEM nicht möglich ist. Glauert entwickelte für diesen Zustand einen Korrekturfaktor  $f_g$  mit Hilfe experimenteller Hubschrauberrotor-Daten. Mit  $a_c = 0.2$  nach Hansen [10, S. 93] wird  $f_g$  folgendermaßen berechnet:

$$f_g = \begin{cases} 1 & \text{for } a_x < a_c \\ \frac{a_c}{a_x} \left( 2 - \frac{a_c}{a_x} \right) & \text{for } a_x > a_c \end{cases} \quad (2.1.4)$$

Der für die Berechnung von  $W_{stat}$  in den Gleichungen 2.1.3 benötigte Auftrieb  $L$  berechnet sich aus dem Auftriebsbeiwert  $C_L$ :

$$L = \frac{\rho}{2} V_{res}^2 c C_L \quad (2.1.5)$$

Dabei wird die lokale resultierende Geschwindigkeit der Profilanströmung  $V_{res}$  verwendet. Diese ist von  $W$  anhängig und wird erst in Zeile 14 des Algorithmus berechnet. Sie muss daher aus der vorherigen Iteration übernommen werden.

### 2.1.5 Dynamic-Wake-Model

Durch die Anwendung des Dynamic-Wake-Models auf  $W_{stat}$  wird in Zeile 12 der dynamische Anteil von  $W$  berücksichtigt. Eine Änderung der Anströmungsbedingungen wirkt sich erst verzögert auf den Nachlauf und dessen Einfluss auf den Rotor aus. Das Dynamic Wake model nach S. Øye [16] beaufschlagt einen aus zwei Differentialgleichungen (DGL) erster Ordnung bestehenden Filter auf die induzierte Geschwindigkeit  $W_{stat}$ , um diese Verzögerung abzubilden:

$$W_{int} + \tau_1 \frac{dW_{int}}{dt} = W_{stat} + k\tau_1 \frac{dW_{stat}}{dt} \quad (2.1.6)$$

$$W_{nY} + \tau_2 \frac{dW}{dt} = W_{int} \quad (2.1.7)$$

$W_{int}$  ist eine temporäre Variable, die in Gleichung 2.1.6 berechnet wird. Øye wählt  $k = 0.6$  für eine gute Berücksichtigung der stationären Geschwindigkeit  $W_{stat}$ . Die beiden Zeitkonstanten  $\tau$  werden mit den folgenden Gleichungen berechnet:

$$\tau_1 = \frac{1.1}{(1 - 1.3 a_{nY})} \frac{R}{V_{Inflow}} \quad (2.1.8)$$

$$\tau_2 = \left( 0.39 - 0.26 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) \tau_1 \quad (2.1.9)$$

Das in Gleichung 2.1.8 auftretende  $a_{nY}$  ist dabei der axiale Interferenzfaktor ohne Berücksichtigung schräger Anströmung und berechnet sich nach Gleichung 2.1.10:

$$a_{nY} = \frac{W_{perp}}{V_{Inflow_{perp}}} \quad (2.1.10)$$

Zur Lösung der beiden DGL schlägt Hansen [10, S. 94] eine Vorgehensweise mit der Annahme vor, dass die rechten Seiten der Gleichung konstant seien. Dadurch lassen sich die Gleichungen analytisch lösen und so effizient in den UBEM-Algorithmus integrieren. Die dazu nötigen Schritte sind:

1. Berechnung der rechten Seite von DGL 2.1.6 mit einem Rückwärts-Euler:

$$H = W_{stat}^t + k \tau_1 \frac{W_{stat}^t - W_{stat}^{t-1}}{\Delta t} \quad (2.1.11)$$

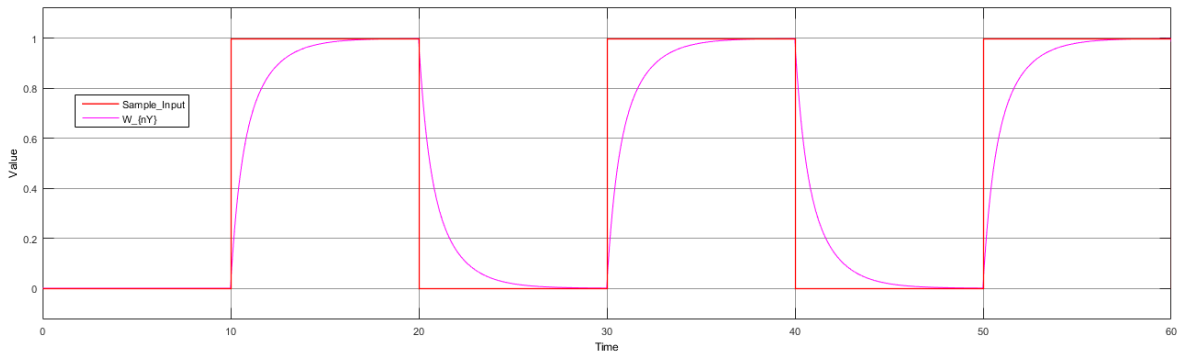
2. Analytische Lösung der gesamten ersten DGL:

$$W_{int}^t = H + (W_{int}^{t-1} - H) \exp \frac{-\Delta t}{\tau_1} \quad (2.1.12)$$

3. Berechnung von  $W_{nY}$  in DGL 2 mit  $W_{int}$

$$W_{nY} = W_{int}^t + (W^{t-1} - W_{int}^t) \exp \frac{-\Delta t}{\tau_2} \quad (2.1.13)$$

Damit liegt die durch den Nachlauf induzierte Geschwindigkeit  $W_{nY}$  für den Fall senkrechter Anströmung ohne Rotorneigung vor.



**Abbildung 2.3:** Verzögerung des Nachlaufeinflusses durch das Dynamic-Wake-Model

Wie in Abbildung 2.3 sichtbar, wirkt sich eine spontane Änderung der Eingangsgröße erst verzögert auf den Ausgangswert  $W_{nY}$  aus. Im Kontext der UBEM bewirkt eine Änderung



der Anströmungsbedingungen eine instantane Änderung von  $W_{stat}$ , der Eingangsgröße des Dynamic-Wake-Models. Die tatsächliche Nachlaufgeschwindigkeit  $W_{nY}$  bildet diese Änderung allerdings mit der in der Abbildung sichtbaren Verzögerung ab.

Dieser Wert muss nun in Zeile 13 um den Einfluss schräger Anströmung verändert werden. Dadurch erhält  $W$  eine Abhängigkeit von der aktuellen Umlaufposition  $\theta$ .

Glauert erarbeitete für das Modell schräger Anströmung folgende Formel:

$$W = W_{nY} \left( 1 + \frac{r}{R} \tan \left( \frac{\chi_W}{2} \right) \cos (\theta - \theta_0) \right) \quad (2.1.14)$$

Der Schräglaufwinkel  $\chi_W$  des Nachlaufs kann mit  $V' = V_0 + n(n W)$  und der Gleichung

$$\cos \chi_W = \frac{n V'}{|n| |V'|} \quad (2.1.15)$$

berechnet werden.

$\theta_0$  ist der Azimutwinkel, unter dem das Rotorblatt am weitesten im Nachlauf liegt.  $\theta_0$  liegt also genau entgegengesetzt zum Winkel der relativen Rotoranströmung  $\chi$ .

Durch diese Formeln ist die Nachlaufgeschwindigkeit  $W$  nicht mehr planar, sondern ändert sich mit dem Azimutwinkel  $\theta$  und erzeugt so ein Moment, welches den Rotor senkrecht in die Anströmung dreht. Dieses Moment wirkt also stabilisierend und lässt sich mit der UBEM nur durch Einführung des beschriebenen Modells abbilden.

## 2.1.6 Resultierende lokale Profilanströmung

Mit der nun vorliegenden Geschwindigkeit  $W$  lässt sich anschließend in Zeile 14 die resultierende lokale Profilanströmung  $V_{res}$  berechnen. Diese wird zusammengesetzt aus  $V_{Inflow}$ ,  $V_{rot}$  und  $W$ .

$$V_{res} = V_{Inflow} + V_{rot} + W \quad (2.1.16)$$

$V_{Inflow}$  berücksichtigt ebenfalls die zeitlich veränderlichen lokalen Anströmungsbedingungen, resultierend aus Rotorbewegung und Anströmung.  $V_{rot} = \Omega r$  enthält die Geschwindigkeitskomponente der Rotordrehung.

$V_{res}$  wird in Zeile 15 dazu verwendet, um  $\phi$  und  $\Delta\phi = \phi_{alt} - \phi_{neu}$  neu zu berechnen. Außerdem werden die Reynolds- und die Machzahl aktualisiert und es wird eine neue Iteration in Zeile 6 gestartet.

Alle Berechnungen der „While-Schleife“ zwischen den Zeilen 6 und 17 werden durch Vektorisierung für alle Profilschnitte aller Rotorblätter zeitgleich ausgeführt. Nach der Konvergenz werden Anströmung und Rotorbewegung für den nächsten Zeitschritt aufgerufen und die nächste Iteration beginnt.

### 2.1.7 Ergebnis und Zusammenfassung

Nachdem alle Zeitschritte berechnet wurden, liegen die lokalen Profilkraften,  $V_{res}$  und  $\phi$  jedes Profilschnitts an jeder durch  $\theta_i \in \theta$  bestimmten Position zu jedem Zeitschritt vor.

Rein physikalisch betrachtet werden zur instationären Performanceberechnung für jeden Zeitschritt lediglich die Profilkraften an den aktuellen Positionen  $\theta_t$  der Rotorblätter benötigt. Im nächsten Zeitschritt  $t+1$  werden demnach alle Kräfte an den Positionen  $\theta_t + \Omega t$  benötigt. Diese Vorgehensweise erfordert allerdings die vorherige Kenntnis der Startposition des Propellers zum Zeitpunkt  $t = 0$  und lässt später keine Flexibilität bei der Verarbeitung der Ergebnisse zu.

In vielen Anwendungsfällen, wie z.B. bei der Berechnung von Durchschnittswerten oder bei Berechnungen von Zuständen über mehr als sehr wenige Rotorumläufe ist es allerdings unerheblich, welche Ausgangsposition der Rotor besitzt, da in jedem Fall alle möglichen Rotorpositionen betrachtet werden. Bei Drehgeschwindigkeiten von teils weit über 50 Umläufen pro Sekunde ist auch bei vielen Anwendungen mit variablen Umgebungsbedingungen die exakte Rotorposition unerheblich, da der Rotor während einer Änderung der Umgebung mehrere Umdrehungen durchläuft.

Aus diesen Gründen wurde der oben erklärte Ansatz gewählt, die Rotorwerte zu jedem Zeitschritt für alle  $\theta$  zu berechnen. So kann bei vielen Anwendungen eine beliebige Rotorposition als Startwert gewählt werden und daraus können alle Daten berechnet werden. Sollte die exakte Rotorposition zu einem bestimmten Zeitschritt bekannt bzw. von Bedeutung sein, können aus den Ergebnissen auch dazu Werte berechnet werden. Die einzige Einschränkung dieser Methode ist, dass der Winkel zwischen zwei benachbarten Werten  $\theta$  ein ganzzahliger Teiler des Winkels zwischen zwei benachbarten Rotorblättern sein muss.

Diese Vorgehensweise ist mit dieser Methode vereinbar, da eine der Annahmen der UDEM darin besteht, dass sich die Rotorblätter gegenseitig nicht beeinflussen. Die Anzahl der Rotorblätter wird lediglich im Bedeckungsgrad  $\sigma$  und bei der stationären, planaren Nachlaufgeschwindigkeit  $W$  verwendet, es wird aber nicht auf deren tatsächliche Position zugegriffen.

Somit können in jedem Zeitschritt virtuell an jedem  $\theta$  die Rotorkennwerte berechnet werden.

$C_T$  und  $C_P$  werden durch Integration über  $\xi = \frac{r}{R}$  aus  $C'_T$  und  $C'_P$  berechnet:

$$C'_T = \frac{dC_T}{d\xi} = \frac{\frac{\pi^3}{4} \sigma c_y \xi^3 F^2}{\left[ \left( F + \sigma \frac{c_x}{4 \cos \phi \sin \phi} \right) \cos \phi \right]^2} \quad (2.1.17)$$

$$C'_P = \frac{dC_P}{d\xi} = C'_T \pi \xi \frac{c_x}{c_y} \quad (2.1.18)$$

Anschließend ergibt sich die Effizienz  $\eta$

$$\eta = J \frac{C_T}{C_P} \quad (2.1.19)$$

Außerdem können noch der resultierende Gesamtschub  $T$  und die nötige Rotorleistung  $P$  bestimmt werden:

$$T = C_T \rho (rps)^2 (2R)^4 \quad (2.1.20)$$

$$P = C_P \rho (rps)^3 (2R)^5 \quad (2.1.21)$$

Alle diese Werte können für jeden Zeitschritt einzeln oder über alle Zeitschritte gemittelt bestimmt werden. Zusätzlich kann durch Beachtung der Blattposition zu jedem Zeitschritt beispielsweise die Variation des Kraftmittelpunktes ermittelt werden.

Mit der UBEEM kann keine Informationen über den Nachlauf eines Rotors berechnet werden, da lediglich der resultierende Einfluss des Nachlaufs auf den Rotor berücksichtigt wird.

## 2.2 Unsteady Vortex Lattice Method (UVLM)

Die am Anfang von Kapitel 2 genannte Forderung nach einer Möglichkeit, den Rotornachlauf und dessen Interaktion mit einem anderen Objekt zu modellieren, ist mit der UBEEM nicht erfüllbar. Deshalb müssen andere Methoden für diese Anwendungsfälle gesucht werden. Ein Kandidat ist das instationäre Wirbelgitter-Verfahren (Unsteady Vortex Lattice Method - UVLM).

Das Konzept des Wirbelgitter-Verfahrens besteht darin, Rotor und Nachlauf durch ein Gitter aus Wirbeln zu diskretisieren. Basierend auf der Potentialtheorie wird nach [12] der Einfluss jedes Gitterelements auf alle anderen Gitterelemente in einem Gleichungssystem berechnet. Daraus ergibt sich im Bereich einer Blattoberfläche mit vorgegebener Bewegung der Geometrie die Wirbelstärkenverteilung und im Bereich des Nachlaufs die Geometrie der Wirbel und somit die Nachlaufgeometrie.

Der Nachlauf wird dabei als kraftfreier Nachlauf modelliert. Demnach können sich die Nachlaufwirbel frei im Raum bewegen, bis ein Kräftegleichgewicht herrscht. Liegt ein weiterer Körper im Nachlauf, verdrängt dieser die Nachlaufwirbel bis zu einem Kräftegleichgewicht.

Die Wirbeltheorie basiert auf folgenden Annahmen:

- Das Geschwindigkeitsfeld um den Rotor ist ein Potentialfeld. Auf jedem Gitterelement werden also die Potentialgleichungen gelöst.
- Das Potentialfeld impliziert überall eine inkompressible, reibungsfreie und rotationsfreie Strömung, außer am Startpunkt eines Wirbels auf einer Oberfläche.
- Nach dem zweiten Helmholtz-Theorem kann ein Wirbel nicht im freien Raum beginnen oder enden. Daher bilden alle Nachlaufwirbel einen in sich geschlossenen Ring konstanter Wirbelstärke, welcher sich im freien Nachlauf bewegen und verformen, jedoch nicht aufplatzen oder sich auflösen kann.
- Ebenfalls nach dem zweiten Helmholtz-Theorem können neue Wirbel und somit auch Wirbelringe nur auf einer festen Oberfläche gebildet und in den Nachlauf abgegeben werden. Ein in den Nachlauf abgegebener Wirbel kann demnach seine Wirbelstärke nur durch Dissipation ändern, was jedoch vernachlässigt wird. Somit bleibt die Wirbelstärke eines in den Nachlauf abgegebenen Wirbels konstant.
- Außerdem gilt für alle Rotorblätter die Kutta-Bedingung: Die Strömung muss an der Hinterkante eines Blattes glatt abfließen. Ein Geschwindigkeitsunterschied führt zu einer in den Nachlauf abgegebenen Wirbelstärke. Nach [19, S. 48] muss daher der Druckunterschied zwischen der oberen und der unteren Seite verschwinden. Dies führt zu glatter Abströmung mit Wirbelerzeugung. Die instationäre Berechnung erfordert, dass die an der Hinterkante gebildeten Wirbel über Konvektion mit der Strömung vom Rotorblatt weg transportiert werden müssen. Dieser Vorgang wird künftig als Wirbelablösung bezeichnet.
- Alle Rotorblätter und alle Objekte im Nachlauf werden als Starrkörper betrachtet, die sich nicht verformen können. Elastische Schwingungen werden vernachlässigt. Damit kann die Bewegung sämtlicher Körper als vollständig durch die Randbedingungen gegeben betrachtet werden.

### 2.2.1 Diskretisierung der Geometrie

Zuerst muss die Geometrie durch jeweils zweidimensionale Gitterelemente diskretisiert werden.

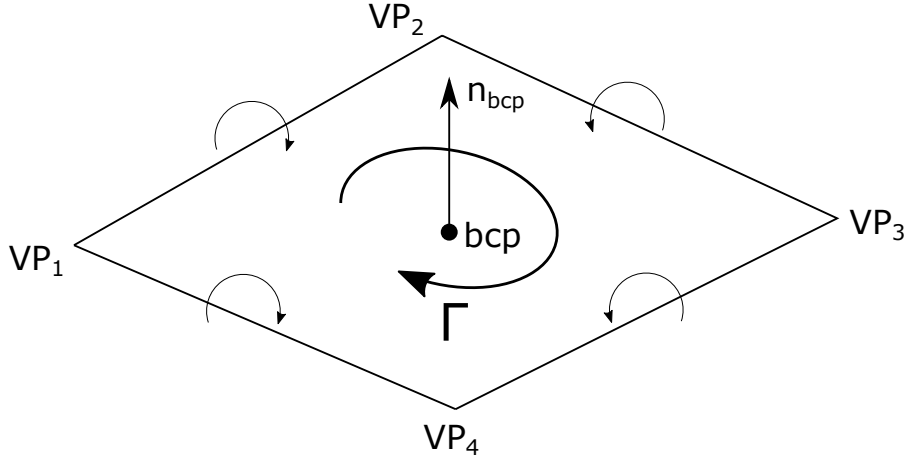


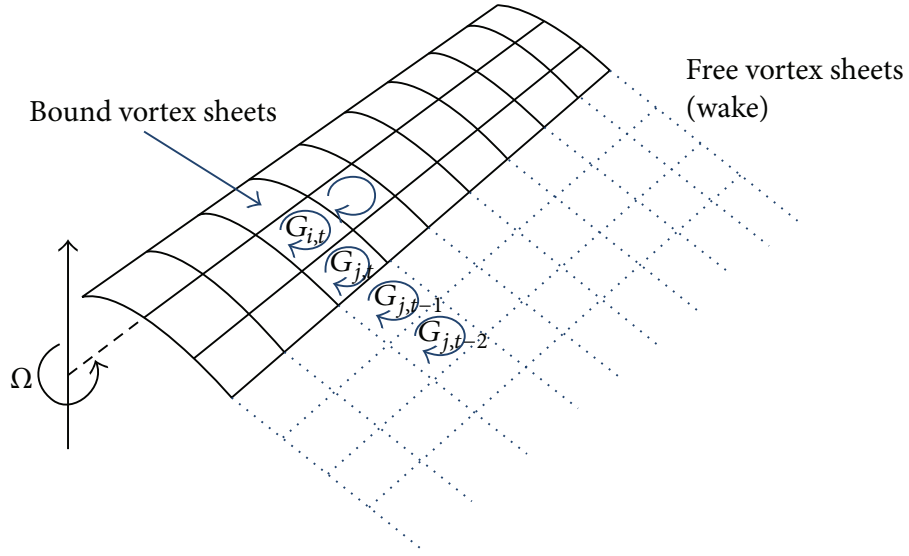
Abbildung 2.4: Gitterelement mit Wirbelring

Jedes Gitterelement wird nach [5] als Viereck modelliert (siehe Abbildung 2.4). Zwischen jeweils zwei benachbarten Eckpunkten VP dieses Vierecks wird jeweils ein Wirbelstück mit einer definierten Wirbelstärke  $\Gamma_i$  angesetzt. Die vier Wirbelstücke eines Gitterelements werden mit einer jeweils gleichen Wirbelstärke  $\Gamma_i$  definiert und können somit zu einem resultierenden Wirbelring der Wirbelstärke  $\Gamma = \Gamma_i$  zusammengefasst werden, dessen Drehrichtung sich aus der Ausrichtung der einzelnen Wirbelstücke gemäß der „rechte-Hand“-Regel ergibt.

Für jedes Gitterelement ist zusätzlich ein Kontrollpunkt bcp (body control point) und ein an diesem Punkt fixierter, auf dem Gitterelement senkrecht stehender Normalvektor  $\vec{n}_{bcp}$  definiert, der zur späteren Bestimmung von Randbedingungen die Ausrichtung des Elements anzeigt.

Die Wirbelringe werden, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, in einem Gitter angeordnet. Zwei benachbarte Wirbelringe teilen sich jeweils zwei Eckpunkte, haben allerdings in der Regel eine unterschiedliche Wirbelstärke. Die Wirbelstärke der Wirbelringe ist variabel - sie muss für jeden Zeitschritt neu bestimmt werden.

Bei jeder Bewegung des Gitters werden Wirbelringe an den Kanten durch Ablösung an die Umgebung abgegeben, indem sich die am Rand des Gitters gelegenen Wirbelringe mit der aktuellen individuellen Wirbelstärke ablösen. Dies geschieht durch Ablösung der am Rand gelegenen Eckpunkte vp. Durch die Bewegung des Gitters haben sich die abgegebenen Punkte während eines Zeitschritts vom Gitter entfernt. Ein in die



**Abbildung 2.5:** Diskretisierung von Rotorgeometrie und Nachlauf aus Colmenares [5, S. 3]

Umgebung abgegebener Wirbelring wird aus zwei Punkten sowie den zwei zugehörigen Punkten am Gitterrand gebildet. Die Wirbelstärke des abgelösten Wirbelrings entspricht der Wirbelstärke des Wirbelrings am Gitterrand zum Zeitpunkt der Ablösung.

Nach dem Kelvin-schen Wirbelsatz gilt in einem reibungsfreien Geschwindigkeitsfeld:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (2.2.1)$$

Daher bleibt die Wirbelstärke des abgelösten Wirbelrings für alle zukünftigen Zeitschritte konstant.

Bei dieser Methode wird mit jedem Zeitschritt das die Nachlaufgeometrie darstellende Gitter um neue Wirbelelemente erweitert.

Jedes Rotorblatt wird als eigenständiges Objekt behandelt und durch ein Wirbelgitter diskretisiert. Die Rotorblätter werden durch eine Gitterschicht auf der Skelettlinie, der Nachlauf wird als von der Hinterkante abgehende Wirbelschicht dargestellt. Die Gitterschicht der Rotorblätter folgt dabei der Krümmung der Skelettlinie.

Die Bewegung des Gitters auf dem Rotorblatt wird durch die Bewegung des Blattes vorgegeben. Dabei werden die Kontrollpunkte des Gitters bewegt, die Normalvektoren ändern ihre Richtung entsprechend den Drehungen der Blattoberfläche. Da die Gitterelemente auf den Rotorblättern eine feste Geometrie besitzen, ist so auch die Bewegung der Eckpunkte bestimmt.

Die Eckpunkte der Wirbelringe im Nachlauf sind nicht mehr durch die Rotorgeometrie und -bewegung bestimmt und können sich bis zu einem Kräftegleichgewicht aller wirkenden Kräfte frei bewegen. Daher werden im Nachlauf auch Kontrollpunkte und Normalvektoren nicht berücksichtigt, da die Bewegung der einzelnen Eckpunkte unabhängig erfolgen kann.

Die Berechnung der Wirbelstärken auf den Oberflächen und der Wirbelposition im Nachlauf erfolgt durch Lösen eines linearen Gleichungssystems, in dem alle Randbedingungen (Anströmungsbedingungen etc.) berücksichtigt werden. An jedem Kontrollpunkt auf den Rotorblättern und jedem Eckpunkt im Nachlauf müssen die durch alle Wirbel induzierten Geschwindigkeiten mit der tatsächlichen Strömung an diesem Punkt im Gleichgewicht sein.

Die resultierende Geschwindigkeit an den Objektoberflächen darf nur tangential zur Gitterfläche sein, was die Randbedingung einer undurchdringlichen Wand erfüllt. Die durch Wirbel induzierten Geschwindigkeiten werden in diesem Prozess mit dem im nächsten Abschnitt beschriebenen Biot-Savart-Gesetz berechnet. Auf die Lösung und den Inhalt des sich damit ergebenden Gleichungssystems wird weiter unten genauer eingegangen.

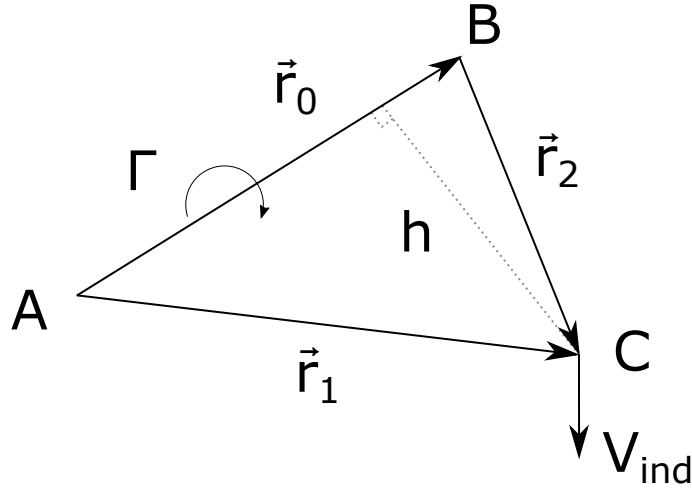
### 2.2.2 Biot-Savart-Gesetz

Jeder Wirbel beeinflusst seine Umgebung, indem an jedem Ort in dessen Umgebung eine Geschwindigkeit induziert wird. Diese induzierte Geschwindigkeit lässt sich mit dem Biot-Savart-Gesetz berechnen.

Allgemein bewirkt ein Wirbelstück der Stärke  $\Gamma$  und der Wirbelorientierung  $\vec{dl}$  an einem beliebigen Punkt im Abstand  $\vec{r}$  eine induzierte Geschwindigkeit  $V_{ind}$ . Integriert über den gesamten Wirbel ergibt sich damit

$$V_{ind} = \int \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad (2.2.2)$$

Abbildung 2.6 zeigt die schematische Darstellung, eines geraden Wirbelstückes zwischen den Punkten A und B, welches im Punkt C mit Abstand  $h$  von dem Wirbel eine Geschwindigkeit  $V_{ind}$  induziert. In diesem Anwendungsfall existiert nur ein gerades Wirbelstück endlicher Länge  $r_0$ . Aus den Koordinaten der Punkte A, B und C können die Abstände  $\vec{r}_1 = \overrightarrow{AC}$  und  $\vec{r}_2 = \overrightarrow{BC}$  jeweils zwischen dem Wirbelanfang bzw. Ende und dem beeinflussten Punkt berechnet werden. Damit lässt sich das Integral aus Gleichung 2.2.2 auflösen. Durch Einsetzen der jeweiligen Vektoren und Umformen der Gleichung berechnet sich die induzierte Geschwindigkeit nach [1, S. 3] mit Gleichung 2.2.3.



**Abbildung 2.6:** Veranschaulichung des Biot-Savart-Gesetzes

$$V_{ind} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{(|r_1| + |r_2|) (\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{(|r_1| |r_2|) (|r_1| |r_2| + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)} \quad (2.2.3)$$

Diese Gleichung ergibt allerdings für sehr dicht an der Wirbelachse liegende Punkte eine unphysikalisch hohe induzierte Geschwindigkeit, die bei weiterer Annäherung gegen unendlich geht. Daher muss die Gleichung numerisch desingularisiert werden. Dies geschieht durch Multiplikation von  $V_{ind}$  mit einem Faktor  $K_v$  nach Abedi [1] der auf einem Geschwindigkeitsprofil von Bagai [3] mit  $n = 2$  basiert:

$$K_v = \frac{h^n}{(r_c^{2n} + h^{2n})^{\frac{1}{n}}} \quad (2.2.4)$$

$h$  ist dabei der Abstand zwischen dem beeinflussten Punkt und der Wirbelachse.  $r_c$  ist ein frei definierbarer Wirbelkernradius. Die größte induzierte Geschwindigkeit tritt bei  $h = r_c$  auf. Für näher am Wirbelzentrum liegende Punkte geht die induzierte Geschwindigkeit gegen 0. Diese Annahme ist insofern physikalisch, da die Bewegung eines Punktes bei sehr geringem Abstand zum Wirbelzentrum einer Starrkörperrotation ähnelt. Die Berechnung der induzierten Geschwindigkeit erfolgt also durch:

$$V_{ind} = K_v \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{(|r_1| + |r_2|) (\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{(|r_1| |r_2|) (|r_1| |r_2| + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)} \quad (2.2.5)$$

Mit dieser Formel werden bei der UVLM die durch Wirbelringe an allen Gitterpunkten auf den Oberflächen und im Nachlauf induzierten Geschwindigkeiten berechnet. Die Einflüsse



der einzelnen Wirbelstücke eines Wirbelrings werden dazu jeweils separat berechnet und anschließend zum Einfluss des Wirbelrings zusammengefasst. In unterschiedlicher Literatur taucht für die Berechnung von  $V_{ind}$  oft eine andere Gleichung auf:

$$V_{ind} = K_v \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left[ \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right] \quad (2.2.6)$$

Beide Gleichungen liefern dasselbe Ergebnis, allerdings läuft die numerische Berechnung mit Gleichung 2.2.5 etwas schneller, als mit Gleichung 2.2.6. Daher wird in dieser Arbeit die erste Variante bevorzugt.

Zur optimalen Verwendung im Algorithmus wird die Vorgehensweise aus [15, S. 41] verwendet, nach der die Gleichung 2.2.5 aufgeteilt wird, sodass zuerst der geometrische Einflussfaktor ohne Einbeziehung von  $\Gamma$  berechnet wird. Dazu wird die Gleichung mit  $\Gamma = 1 \quad \forall \Gamma_i$  gelöst und die Lösung in eine sogenannte Aerodynamic Influence Coefficient Matrix (AIC-Matrix) geschrieben, welche die Einflüsse der Wirbelringe auf die Kontrollpunkte abbildet: Eine AIC-Matrix enthält eine Zeile für jeden Kontrollpunkt und eine Spalte für jeden Wirbelring. In einer Zeile sind so die geometrischen Einflussfaktoren aller Wirbelringe auf einen Kontrollpunkt dargestellt.

Damit kann bei bekanntem  $\Gamma$  durch Lösen der Gleichung

$$AIC \Gamma = V_{ind} \quad (2.2.7)$$

die induzierte Geschwindigkeit an jedem Kontrollpunkt ermittelt werden. Ebenso kann für eine aus Randbedingungen bekannte induzierte Geschwindigkeit die Wirbelstärke  $\Gamma$  der jeweiligen Wirbelringe bestimmt werden.

### 2.2.3 UVLM-Algorithmus

Der genaue Ablauf der Methode wird in Algorithmus 2 veranschaulicht und jeder Schritt wird anschließend detailliert erklärt. AIC-Matrizen und induzierte Geschwindigkeiten werden nach folgender Konvention notiert:

$$V_j^i \begin{cases} \text{hochgestellt: Quelle des Einflusses} \\ \text{tiefgestellt: beeinflusste Elemente} \end{cases} \quad (2.2.8)$$

Der Index  $V_{ind}$  wird im Folgenden zur besseren Übersichtlichkeit weggelassen. Normale Geschwindigkeitskomponenten unterscheiden sich von induzierten Geschwindigkeiten, da diese keine beeinflussenden Elemente besitzen. Somit werden lediglich die beeinflussten Elemente tiefgestellt notiert. Die verschiedenen Element-Gruppen sind:

- Body Vortex Rings (bvr) - in Abbildung 2.5 Bound vortex sheet bezeichnet
- Body Control Points (bcp)
- Wake Vortex Rings (wvr) - in Abbildung 2.5 Free vortex sheet bezeichnet
- Wake Control Points (wcp)
- All Vortex Rings (alv)

Bei der Beschreibung der Diskretisierung wurde dargelegt, warum im Nachlauf keine Kontrollpunkte und keine Normalvektoren existieren. Für die Notation der induzierten Geschwindigkeiten werden durch Induktion bewegte Punkte stets als Kontrollpunkte bezeichnet, da beim Biot-Savart-Gesetz nicht zwischen verschiedenen Punkt-Typen unterschieden wird. Im Nachlauf können sich die Eckpunkte der Wirbelringe frei bewegen - im Allgemeinen werden deshalb alle Eckpunkte der Nachlaufwirbelringe mit wcp bezeichnet.

---

**Algorithm 2** Berechnung der Nachlaufgeometrie mit der UVLM nach [1]

---

- 1: Read geometry and other boundary conditions from rotor object
  - 2: **for**  $t = t_0$  to  $t = n_T \Delta t$  **do** ▷ Sweep over all timesteps
  - 3:   Calculate body AIC matrix:  $AIC_{bcp}^{bvr}$
  - 4:   Calculate wake AIC matrix:  $AIC_{bcp}^{wvr}$
  - 5:   Solve  $AIC_{bcp}^{wvr} \Gamma_{wvr} = V_{bcp}^{wvr}$  for induced velocity  $V_{bcp}^{wvr}$
  - 6:   Assemble right hand side  $RHS = - \left( V_{Inflow} + \Omega r + V_{bcp}^{wvr} \right) \cdot \vec{n}_{bcp}$  of linear equation system in step 7
  - 7:   Solve  $AIC_{bcp}^{bvr} \Gamma_{bvr} = RHS$  for vorticity  $\Gamma_{bvr}$
  - 8:   Calculate AIC matrix  $AIC_{wcp}^{avr}$
  - 9:   Solve  $AIC_{wcp}^{avr} \Gamma_{avr} = V_{wcp}^{avr}$  for induced velocity  $V_{wcp}^{avr}$
  - 10:   Determine movement velocity of wake  $V_{wcp} = V_{Inflow} + V_{wcp}^{avr}$
  - 11:   Move all wake vertices for next timestep:  $r_{wcp_{t+1}} = r_{wcp_t} + V_{wcp} \Delta t$
  - 12:   Move all bodies (bvp and bcp) according to known movement for next timestep
  - 13:   Apply vortex shedding: Create new vortex rings from trailing edge between bodies and wake
  - 14: **end for**
- 

Zuerst wird die Rotorgeometrie als diskretisiertes Gitter aus dem Geometriespeicher gelesen und alle Anströmungsbedingungen werden für den ersten Zeitschritt initialisiert. Anschließend läuft eine For-Schleife über alle Zeitschritte, um die Berechnungen durchzuführen.

Die Zeitschritte können beliebig gewählt werden. Für eine gute Konvergenz ist es allerdings vorteilhaft, ähnliche Gitterelement-Größen über den gesamten Berechnungsbereich zu erzeugen.

Bei der Wahl eines Zeitschrittes spielt die Größe der Gitterelemente eine Rolle, da die Größe der Gitterelemente auf den Objektoberflächen von der lokalen Diskretisierung abhängig ist, die Größe der Gitterelemente des Nachlaufs aber vom gewählten Zeitschritt. Die in den Nachlauf abgegebenen Eckpunkte der Gitter werden mit der lokalen Anströmungsgeschwindigkeit stromabwärts bewegt. Gleichzeitig bewegen sich die Rotorblätter mit der vorgegebenen Rotationsgeschwindigkeit und der Rotorbewegung. Die in einem Zeitschritt so zurückgelegte Strecke ist abhängig von der Länge des Zeitschrittes. Nach der Berechnung der Bewegung werden die abgelösten Eckpunkte zusammen mit den Randpunkten der Gitterschicht zu den Nachlaufwirbelringen verbunden. Damit ist die Größe der Nachlaufelemente von der Wahl des Zeitschrittes abhängig.

Ähnliche Gitterelementgrößen lassen sich über einen dimensionslosen Zeitschritt  $T_c$  nach Preidikman [19, S. 64] erreichen.  $T_c$  berechnet sich aus folgenden charakteristischen Variablen:

- $L_c$  ist die Länge eines Gitterelements auf den Rotorblättern in Sehnenrichtung.
- $V_c = |V_{Inflow} + \Omega r|^2$  ist die charakteristische Geschwindigkeit, mit der die Oberflächen überströmt werden.

Da der Zeitschritt nicht für jede radiale Position  $r$  gewählt werden kann, bietet sich  $r = \frac{R}{2}$  an, um die Geschwindigkeit  $V_C$  und die Element-Länge  $L_C$  abzugreifen.

Damit ergibt sich ein Zeitschritt

$$T_c = \frac{L_c}{V_c} \quad (2.2.9)$$

der eine Veränderung der Diskretisierung in Sehnenrichtung sowie eine Änderung der Anströmungsbedingungen oder der Rotationsgeschwindigkeit des Rotors berücksichtigt.

In den Zeilen 3 bis 7 wird die Wirbelstärke  $\Gamma_{bvr}$  auf den Oberflächen berechnet. Dazu muss die AIC-Matrix  $AIC_{bcp}^{bvr}$ , die den Einfluss der Oberflächen-Wirbelringe auf die Kontrollpunkte der Rotorblätter abbildet, berechnet werden. Dies geschieht mit dem oben erläuterten Biot-Savart-Gesetz. Diese AIC-Matrix  $AIC_{bcp}^{bvr}$  wird in Zeile 7 als Parameter der Berechnung benötigt. Außerdem muss die rechte Seite  $RHS$  (right hand side) der Gleichung

$$AIC_{bcp}^{bvr} \Gamma_{bvr} = RHS \quad (2.2.10)$$

bekannt sein.  $RHS$  berechnet sich aus:

$$RHS = - \left( V_{Inflow} + \Omega r + V_{bcp}^{wvr} \right) \cdot \vec{n}_{bcp} \quad (2.2.11)$$

$V_{Inflow}$  ist aus den Anströmungsbedingungen bekannt. Der Term  $\Omega r$  enthält die durch die Rotordrehung auftretende relative Geschwindigkeit zwischen Oberfläche und Umgebung. Als letzter Term wird die von den Nachlaufwirbeln (wvr) auf die Kontrollpunkte (bcp) induzierte Geschwindigkeit  $V_{bcp}^{wvr}$  addiert. Das Skalarprodukt der Summe mit den Normalvektoren der Kontrollpunkte dient dazu, die Randbedingung der Undurchdringbarkeit der Oberflächen aufzuprägen. Die Wirbelstärke der Oberflächenwirbelringe muss so bestimmt werden, dass der normal zur Oberfläche stehende Anteil aller in  $RHS$  vereinten Elemente an den Kontrollpunkten aufgehoben wird. Somit treten auf den Oberflächen nur Tangentialgeschwindigkeiten auf, die Normalgeschwindigkeit ist null.

Für die Berechnung der durch den Nachlauf induzierten Geschwindigkeit  $V_{bcp}^{wvr}$  muss die entsprechende AIC-Matrix  $AIC_{bcp}^{wvr}$  in Zeile 4 wieder mit dem Biot-Savart-Gesetz berechnet werden. Da die Wirbelstärke  $\Gamma_{wvr}$  sowie die Position der Nachlaufwirbel bekannt sind, kann in Zeile 5 mit

$$AIC_{bcp}^{wvr} \Gamma_{wvr} = V_{bcp}^{wvr} \quad (2.2.12)$$

die induzierte Geschwindigkeit  $V_{bcp}^{wvr}$  berechnet werden.

Damit sind alle Größen zur Berechnung von  $\Gamma_{bvr}$  mit Gleichung 2.2.10 gegeben.

Im nächsten Schritt kann die Bewegung der Nachlaufwirbel bestimmt werden. Die Geschwindigkeit der Bewegung setzt sich zusammen aus:

$$V_{wcp} = V_{Inflow} + V_{wcp}^{avr} \quad (2.2.13)$$

Im Nachlauf gibt es keine Kontrollpunkte der Gitterelemente, da diese nicht die Randbedingung einer undurchdringlichen Wand erfüllen müssen. Da sich alle Nachlaufgitterelemente frei bewegen und verformen dürfen, werden für die Berechnung der induzierten Geschwindigkeit alle Eckpunkte der Wirbelringe als Kontrollpunkte übergeben. Damit wird für jeden Eckpunkt die induzierte Geschwindigkeit  $V_{wcp}^{avr}$  berechnet. Zusammen mit der Geschwindigkeit der Anströmungsbedingung ergibt sich so  $V_{wcp}$ .

Der Wirbeleinfluss auf den Nachlauf setzt sich aus dem Einfluss der Wirbel auf der Rotoroberfläche und dem Einfluss aller Nachlaufwirbel zusammen. Für die Berechnung von  $V_{wcp}^{avr}$  muss demnach zuerst die AIC-Matrix  $AIC_{wcp}^{avr}$  berechnet und mit den nun bekannten Wirbelstärken von Nachlauf und Oberfläche die induzierte Geschwindigkeit bestimmt werden.

Für die tatsächliche Bewegung der Nachlaufwirbel in Zeile 11 können verschiedene übliche Zeitschritt-Verfahren angewendet werden. In dieser Arbeit wurde ein einfaches Euler-Verfahren erster Ordnung verwendet:

$$r_{wcp,t+1} = r_{wcp,t} + V_{wcp} \Delta t \quad (2.2.14)$$

Neben dem Nachlauf müssen auch alle zu berechnenden Körper bewegt werden. Diese Bewegung ist aus der Initialisierung bekannt und wird für alle Gitter- und Kontrollpunkte durchgeführt.

Als letzter Schritt muss die Wirbelablösung in den Nachlauf erfolgen. Die letzte Wirbelring-Reihe auf den Rotorblättern wird in den Nachlauf abgegeben. Dabei bilden sich neue Nachlaufwirbelringe zwischen dem inzwischen bewegten Nachlauf und der neuen Position der Hinterkante der Rotorblätter. Die Wirbelstärke bleibt während der Wirbelablösung erhalten, der Nachlauf wird also immer mit der Wirbelstärke der vorherigen letzten Wirbelreihe auf dem Blatt erzeugt.

## 2.2.4 Kräfte und Momente

Nachdem in einem Zeitschritt die neuen Positionen aller Objekte und des Nachlaufs bekannt sind, kann die Auftriebsverteilung auf den Rotorblättern berechnet werden.

Nach Abedi [1] geschieht dies mit Hilfe des Kutta-Jukowski-Theorems:

$$d\vec{L} = \rho \vec{V} \times \Gamma d\vec{l} \quad (2.2.15)$$

Diese Gleichung wird für die Mittelpunkte der Wirbelring-Vorderkanten (*mwv*) ausgewertet. In differentieller Form lautet die Gleichung zur Berechnung des Auftriebs  $\vec{L}_{i,j}$  eines Gitterelements an der Stelle (*i, j*)

$$\vec{L}_{i,j} = \rho \vec{V}_{res} \times (\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}) \Delta \vec{y}_{i,j} \quad (2.2.16)$$

Die Wirbelstärke an den Vorderkanten der Gitterelemente (*i, j*) ergibt sich aus der Differenz der Wirbelstärken des jeweiligen Elements  $\Gamma_{i,j}$  und des in Sehnenrichtung davor liegenden Elements an der Stelle  $\Gamma_{i-1,j}$ . Die lokale Geschwindigkeit  $\vec{V}_{res}$  setzt sich aus der lokalen ungestörten Anströmung  $V_{und}$  und der im Mittelpunkt der Wirbelvorderkante induzierten Geschwindigkeit zusammen:

$$\vec{V}_{res} = V_{und} + V_{mwv}^{bvr} + V_{mwv}^{wvr} \quad (2.2.17)$$

Für Gleichung 2.2.16 wird außerdem  $\Delta \vec{y}_{i,j}$  benötigt: Ein Vektor zwischen den vorderen Eckpunkten des jeweiligen Wirbelrings entlang der Wirbelring-Vorderkante. Die Richtung von  $\Delta \vec{y}_{i,j}$  muss radial nach außen gerichtet sein, damit sich aus dem Kreuzprodukt für den resultierenden Auftrieb  $L$  eine positiv nach vorn definierte Richtung ergibt.

Nachdem  $\vec{L}_{i,j}$  für alle Elemente vorliegt, kann durch Summieren in Sehnenrichtung der Auftrieb an den Profilschnitten bestimmt werden. Werden die Auftriebswerte über

das gesamte Rotorblatt integriert, kann der resultierende Auftriebsvektor bestimmt werden.

An jeder radial gelegenen Gitterlinie können durch Aufteilung des Auftriebsvektors in parallel und senkrecht zur Rotorebene liegende Anteile  $F_t$  bzw.  $F_n$  der resultierende Schub  $T$  und die Leistung  $P$  bestimmt werden.

### 2.2.5 Unterschiede zwischen UVLM & Wake-Relaxation

Für die bereits in SARF implementierte Methode der Wake-Relaxation muss (im Gegensatz zur UVLM) eine Nachlaufgeometrie als Startlösung gegeben sein. Obwohl beide Varianten einen kraftfreien Nachlauf erzeugen, ist die UVLM exakter, da zu jedem Zeitschritt die Zirkulation auf den Rotorblättern neu berechnet wird. Dies ist bei der Wake-Relaxation nach Landgrebe [13] nicht der Fall. Im Nachlauf des Wake-Relaxation-Verfahrens kann auch kein weiteres Objekt platziert werden, um mit dem Nachlauf zu interagieren. Der Nachlauf kann lediglich eine freie Abströmung hinter dem Rotor simulieren.

Bei der UVLM können dagegen mehrere Objekte berücksichtigt werden. Beispielsweise werden die Rotorblätter als einzelne Objekte behandelt, um spätere Analysen zu vereinfachen. Ebenso können weitere Objekte eingefügt werden, z.B. eine Auftriebsfläche oder ein Teil des Rumpfes.

Ein weiterer Unterschied ist die Darstellung des Blattspitzenwirbels. Beim Wake-Relaxation-Verfahren wird der Blattspitzenwirbel explizit als Wirbel dargestellt und separat behandelt. Bei der UVLM ergibt sich der Blattspitzenwirbel automatisch durch Aufrollen der äußeren Wirbelringe.

Aus diesen Gründen wird die vorhandene Methode der Wake-Relaxation nicht für die Behandlung instationärer Aufgaben ausgebaut.

### 2.2.6 Zusammenfassung UVLM

Die UVLM ist eine Methode, die den Nachlauf eines Rotors abbilden kann. Zusätzlich ist es inhärent möglich, die Interaktion des Nachlaufs mit verschiedenen Objekten zu berechnen.

Ein Nachteil der Methode ist, dass die Rotorblätter als dünne Wirbelschicht dargestellt werden, sodass keine Dickeneffekte abgebildet werden können. Da die Methode auf der Potentialtheorie basiert und somit eine reibungsfreie Strömung annimmt, wird der von den Rotorblättern produzierte Auftrieb im Allgemeinen überschätzt und daraus folgend eine zu große Rotoreffizienz berechnet.

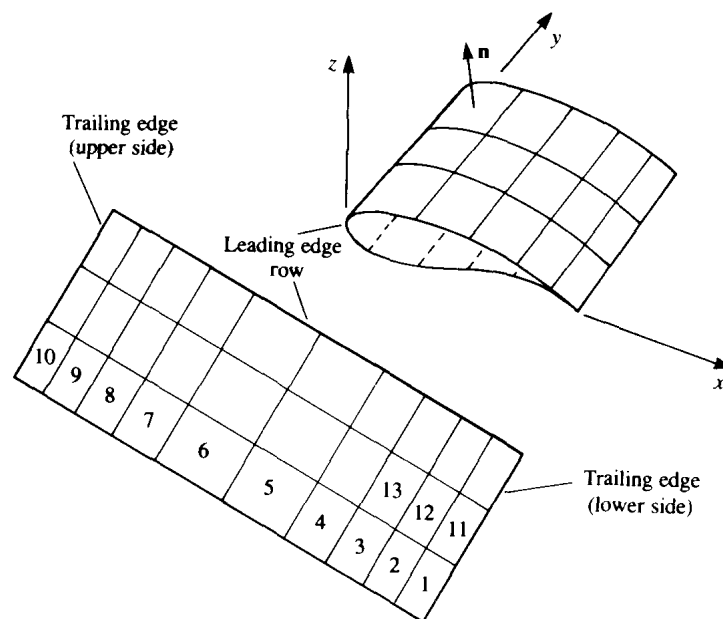
Auch die Annahme der Rotorblätter als Starrkörper verringert die Genauigkeit des Ergebnisses. Allerdings könnten bei Bedarf die durch die UVLM berechneten Kräfte zu jedem Zeitschritt in ein separates, in SARF nicht implementiertes strukturelles Modell gespeist werden und die damit berechneten Schwingungen in der Rotorbewegung des nächsten Zeitschrittes mit berücksichtigt werden.

## 2.3 Unsteady Panel Method

Die Panel-Methode basiert wie auch die UVLM auf den Potentialgleichungen. Damit gelten die um Kapitel 2.2 genannten Annahmen für dieses Verfahren ebenso.

Lediglich die Kutta-Bedingung an der Hinterkante unterscheidet sich von der UVLM, was auf die unterschiedliche Diskretisierung der beiden Methoden zurückzuführen ist:

Die bei der UVLM durchgeführte Reduktion der Geometrie auf die Skelettfläche der Rotorblätter fällt bei der Panel-Methode weg. Stattdessen wird die dreidimensionale Geometrie realistisch abgebildet. Diskretisiert wird dabei die gesamte Blattoberfläche, nicht aber das innere des Blattrumpfes.



**Abbildung 2.7:** Geometriediskretisierung der Panel-Methode aus Katz [11, S. 355]

Damit ergibt sich eine in Abbildung 2.7 rechts oben dargestellte, gefaltete Gitterschicht, die Ober- und Unterseite des Blattes repräsentiert. Die Gitterelemente folgen der Blattoberfläche und Vorderkante. An der Hinterkante enden die Gitterschichten der Ober- und Unterseite und bilden so eine scharfe Kante. Durch die Ähnlichkeit zur UVLM bietet es

sich an, bei einer Implementierung ebenfalls auf eine Ähnlichkeit zur UVLM zu achten. Deshalb ist links unten in der Abbildung eine Möglichkeit der Geometriespeicherung in einer 2D-Matrixstruktur vorgeschlagen. Die Positionen der Ober- und Unterseite werden in einer „Schicht“ dargestellt und an den Rändern die Art der Kante vermerkt.

Für jedes Gitterelement werden ein Kontrollpunkt und ein Normalvektor definiert. Die Kontrollpunkte befinden sich nach Katz [11, S. 435] leicht innerhalb der Geometrie.

Wie auch bei der UVLM wird der Nachlauf durch Wirbelablösung an der Hinterkante erzeugt und im Laufe der Simulation gebildet.

### 2.3.1 Algorithmus - Panel-Methode

Der Algorithmus zur Durchführung der Panel-Methode ist in Algorithmus 3 aufgeführt und wird anschließend erklärt.

---

**Algorithm 3** Berechnung der Performance und Nachlaufgeometrie mit der Panel-Methode [1]

---

- 1: Read geometry and other boundary conditions from rotor object
  - 2: **for**  $t = t_0$  to  $t = n_T \Delta t$  **do** ▷ Sweep over all timesteps
  - 3:     Assemble  $RHS = - \left( V_{Inflow} + \Omega r + V_{bcp}^{wvr} \right) \cdot \vec{n}_{bcp}$
  - 4:     Solve  $AIC_{bcp}^{bvr} \Gamma_{bvr} = RHS$  for vorticity  $\Gamma_{bvr}$
  - 5:     Calculate induced Velocities on Wake by Biot-Savart Law
  - 6:     Apply Wake-Shedding
  - 7:     Move all bodies and Wake
  - 8: **end for**
- 

Wie aus den Algorithmen 2 und 3 zu erkennen ist, sind sich die Panel-Methode und die UVLM sehr ähnlich.

Es wird in Zeile 4 ein lineares Gleichungssystem aufgestellt und damit die Wirbelverteilung auf der Geometrie ermittelt:

$$AIC_{bcp}^{bvr} \Gamma_{bvr} = RHS \quad (2.3.1)$$

Dieses Gleichungssystem hat mehr Einträge als das zugehörige der UVLM, da beide Seiten der Blattoberfläche diskretisiert werden. Die Berechnung der nötigen Komponenten  $AIC_{bcp}^{bvr}$  und  $RHS$  verläuft dabei nach dem Schema der UVLM.

Anschließend werden die induzierten Geschwindigkeiten auf den Nachlauf berechnet und die Geometrie anhand der Randbedingungen bewegt.



Bei der Wirbelablösung muss die Kutta-Bedingung berücksichtigt werden. Diese setzt voraus, dass die Wirbelstärke an der Hinterkante null ist. Dazu ist es nötig, dass die angrenzenden Elemente des Nachlaufs die Wirbelstärke

$$\Gamma_{wake} = \Gamma_{Oberseite} - \Gamma_{Unterseite} \quad (2.3.2)$$

aufweisen. Damit wird der Wirbelstärkenunterschied zwischen Ober- und Unterseite genau aufgehoben.

Im Anschluss an die Berechnung der Nachlaufgeometrie und der Wirbelstärken auf den Oberflächen können wie auch bei der UVLM die Kräfte und Momente berechnet werden.

### 2.3.2 Zusammenfassung Panel-Methode

Aufgrund der Ähnlichkeit der UVLM und der Panel-Methode ist es zielführend, vor der Implementierung der Panel-Methode die UVLM umzusetzen. In einem nächsten Schritt kann die Panel-Methode als Ergänzung daraus abgeleitet werden. Allerdings muss dabei die erhöhte Rechenzeit berücksichtigt werden. Im Allgemeinen besteht die Diskretisierung für die Panel-Methode aus etwas doppelt so vielen Elementen wie bei der UVLM. Die Lösung des Gleichungssystems:

$$AIC_{bcp}^{bvr} \Gamma_{bvr} = RHS$$

für die Wirbelstärke  $\Gamma_{bvr}$  benötigt bei steigender Zahl der Elemente deutlich mehr Rechenzeit.

Damit ist die Panel-Methode langsamer, aber genauer als die UVLM. Der erhöhte Rechenaufwand muss mit der gesteigerten Genauigkeit durch Berücksichtigung von Dickeneffekten abgewogen werden, da der Fokus von SARF auf dem Vorentwurf und somit auf der schnellen Berechnung vieler Konfigurationen liegt.

Aus diesen Gründen wird die UVLM der Panel-Methode in dieser Arbeit vorgezogen. Eine zukünftige Implementierung der Panel-Methode zur genaueren Untersuchung der Nachlaufgeometrie ist jederzeit möglich.

## 2.4 Computational Fluid Dynamics (CFD)

Für eine CFD-Analyse muss der gesamte betrachtete Raum der Berechnungen (Rotor und Nachlaufregion) mit Volumenelementen diskretisiert werden. Diese Diskretisierung ist sehr aufwendig und kann nur mit sehr hohem Aufwand automatisiert werden.

Anschließend wird ein CFD-Lösungsalgorithmus entsprechend konfiguriert und sämtliche Druck- und Geschwindigkeitswerte werden im gesamten Raum durch Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen in jedem Element berechnet.

Diese Berechnung enthält Reibungs- und Turbulenzeffekte und weist so im Bereich der Geometrie eine sehr hohe Genauigkeit auf. Allerdings entsteht nach Colmenares [5, S. 1] im Nachlauf numerische Dissipation, die dafür sorgt, dass die im Nachlauf vorhandenen Wirbel zu schnell dissipieren. Gegenmaßnahmen verlangsamen die Berechnung und führen so zu einer noch längeren Berechnungszeit einzelner Konfigurationen.

### Fazit CFD

Die Anwendungsfälle von SARF sind auf den Vorentwurf von Rotoren ausgerichtet: in kurzer Zeit sind mehrere unterschiedliche Konfigurationen zu vergleichen. Der für CFD erforderliche hohe Aufwand für Diskretisierung, Konfiguration und Auswertung der Ergebnisse macht dieses Verfahren für diesen Zweck ungeeignet.

Zusätzlich existieren bereits zahlreiche, speziell für eine CFD-Analyse ausgelegte Programme, weshalb CFD in SARF nicht umgesetzt wird.

Allerdings können die in SARF implementierten Methoden mit Hilfe von CFD-Berechnungen validiert werden. Hierfür muss auf etablierte Programme zur Durchführung von CFD-Analysen zurückgegriffen werden.

## 2.5 Vergleich der untersuchten Methoden

Zum direkten Vergleich aller vorgestellten Methoden wurde Tabelle 2.1 erstellt.

Nach den eingangs aufgestellten Anforderungen sollen neue Methoden bereits bestehende Funktionalität nutzen und ausbauen. Dies ist nur bei der UBEM voll gegeben.

UVLM und Panel Methode können jedoch das Biot-Savart-Gesetz weiter verwenden und somit einen Teil der bestehenden Struktur nutzen.

Für eine CFD-Methode müsste die gesamte Grund-Funktionalität von SARF neu implementiert werden. Der Implementierungsaufwand der Methoden in der Tabelle nimmt von oben nach unten zu.

Method	Use existing Architecture	Effort for setup of different configurations	Calculate Wake Geometry	Computation time	Fidelity
UBEM	✓	Low	✗	Low	Low/Medium
UVLM	✓	Medium	✓	Low/Medium	Medium
Panel	✓	Medium/High	✓	Medium	Medium/High
CFD	✗	High	✓	High	High

**Tabelle 2.1:** Vergleichstabelle der Methoden

Durch den Fokus auf Anwendungen des Vorentwurfs ist eine zügige, automatisierbare Initialisierung der Berechnungen für verschiedenste Konfigurationen ein wesentlicher Bestandteil der Anforderungen. Damit sollen in vertretbarer Zeit parametrisierte Konfigurationsstudien durchgeführt werden können. Ohne eine Automatisierbarkeit der Diskretisierung muss jeder Teil einer Konfigurationsstudie einzeln vermescht werden.

Für die UBEM ist die bereits vorhandene Darstellung des Rotors durch Profilschnitte ausreichend. So können aus den vorhandenen Profilgeometrien beliebige Rotoren erstellt werden und sämtliche Parameter leicht variiert werden.

Für die UVLM muss die Skelettfläche, für die Panel Methode die Ober- und Unterseite der Profile durch ein Gitter dargestellt werden. Diese Diskretisierungsschritte lassen sich aus den vorhandenen Koordinateninformationen über Profilschnitte auch automatisiert ausführen.

Für eine CFD-Analyse muss ein großer Bereich vor und hinter dem Rotor mit Volumenelementen dargestellt werden. Ebenso muss der Rotor in Volumenelemente unterteilt werden. Dabei muss im Bereich an der Oberfläche des Rotors auf spezielle Anforderungen zur Darstellung der Grenzschicht geachtet werden. Eine Automatisierung dieser Diskretisierung ist sehr schwierig und sollte von speziell hierfür geschaffener Software durchgeführt werden.

Eine weitere Anforderung an das Programm ist die Berechnung der Nachlaufgeometrie inklusive einer Interaktion des Nachlaufs mit anderen Objekten wie einer Auftriebsfläche oder dem Rumpf:

- Die UBEM berechnet keine Informationen über die Nachlaufgeometrie, berücksichtigt aber den Einfluss eines ungestörten Nachlaufs auf den Rotor.
- Die UVLM und die Panel Methode beinhalten die Wirbelablösung in den Nachlauf. Abgelöste Wirbel können sich frei im Raum bewegen, bis ein Kräftegleichgewicht aller Einflüsse erreicht ist. Damit ergibt sich eine kraftfreie Nachlaufgeometrie. Bei

diesen Methoden werden die Rotorblätter als einzelne Objekte betrachtet. Ebenso können andere Objekte im Nachlauf platziert werden, deren Einfluss auf das Wirbelsystem automatisch berücksichtigt wird. Diese Berücksichtigung weiterer Objekte ist mit der bereits vorhandenen Wake-Relaxation-Methode nicht möglich.

- Bei der Berechnung mit CFD-Methoden wird der Bereich der Anströmung und des Nachlaufs mit Volumenelementen diskretisiert. Nach der Berechnung können die charakteristischen Werte der Strömung an jedem Volumenelement ausgelesen werden.

Die letzten beiden Spalten der Tabelle beleuchten benötigte Rechenzeit und Genauigkeit der Methoden. Die Genauigkeit der Methoden steigert sich von oben nach unten in der Tabelle. Die Rechenzeit verschiedener Methoden wird in Abedi [1] verglichen: UVLM ist demnach um den Faktor 40.000 langsamer als die UBEM. Das getestete CFD-Verfahren ist um den Faktor 250 langsamer als die ULVM. Die Panel Methode benötigt durch die zusätzlich vorhandenen Elemente etwas länger als die UVLM.

Eine Abwägung aller genannten Aspekte ergab, dass in dieser Arbeit die UBEM sowie die UVLM implementiert wurden. Eine genaue Beschreibung der Implementierungen erfolgt in Kapitel 5.

# 3 Architektur und Funktionalität von SARF

In diesem Kapitel werden struktureller Aufbau, Grundfunktionalität und erfolgte Überarbeitungsschritte des in MATLAB (von Mathworks) implementierten SARF erläutert.

Ein Grundprinzip der Architektur von SARF war die Schaffung eines objektorientierten Frameworks mit einer modularen Speicherstruktur, in die weitere Funktionen leicht integriert werden können.

Die vorliegende Arbeit nutzt diese Erweiterbarkeit, um instationäre Funktionen und eine verbesserte Nachlaufberechnung hinzuzufügen.

Abbildung 3.1 zeigt die originale Struktur. Die lila dargestellte Speicherstruktur verbindet die Bereiche Synthese, Analyse und Externe Schnittstellen.

## 3.1 Syntheseprozess und Rotorstruktur

Im Bereich Synthese wird ein Rotor alternativ über eine der folgenden Methoden erstellt:

- Eingabe einer bekannten Rotorgeometrie.
- Berechnung einer optimalen Rotorgeometrie aufgrund von Rotorparametern für einen vorgegebenen Auslegungsbetriebspunkt.

Die Berechnung einer optimalen Geometrie folgt dem Syntheseprozess nach Adkins [2] und produziert eine durch Profilschnitte definierte Rotorgeometrie. Die Parameter dieser Geometrie sind:

- Anzahl der Profilschnitte und Profilform jedes Schnittes
- Skalierung, definiert durch die Sehnenlänge des verwendeten Profils
- Position des Profils auf dem Rotorblatt als Prozentwert der Blattlänge
- Lokaler Profilanstellwinkel

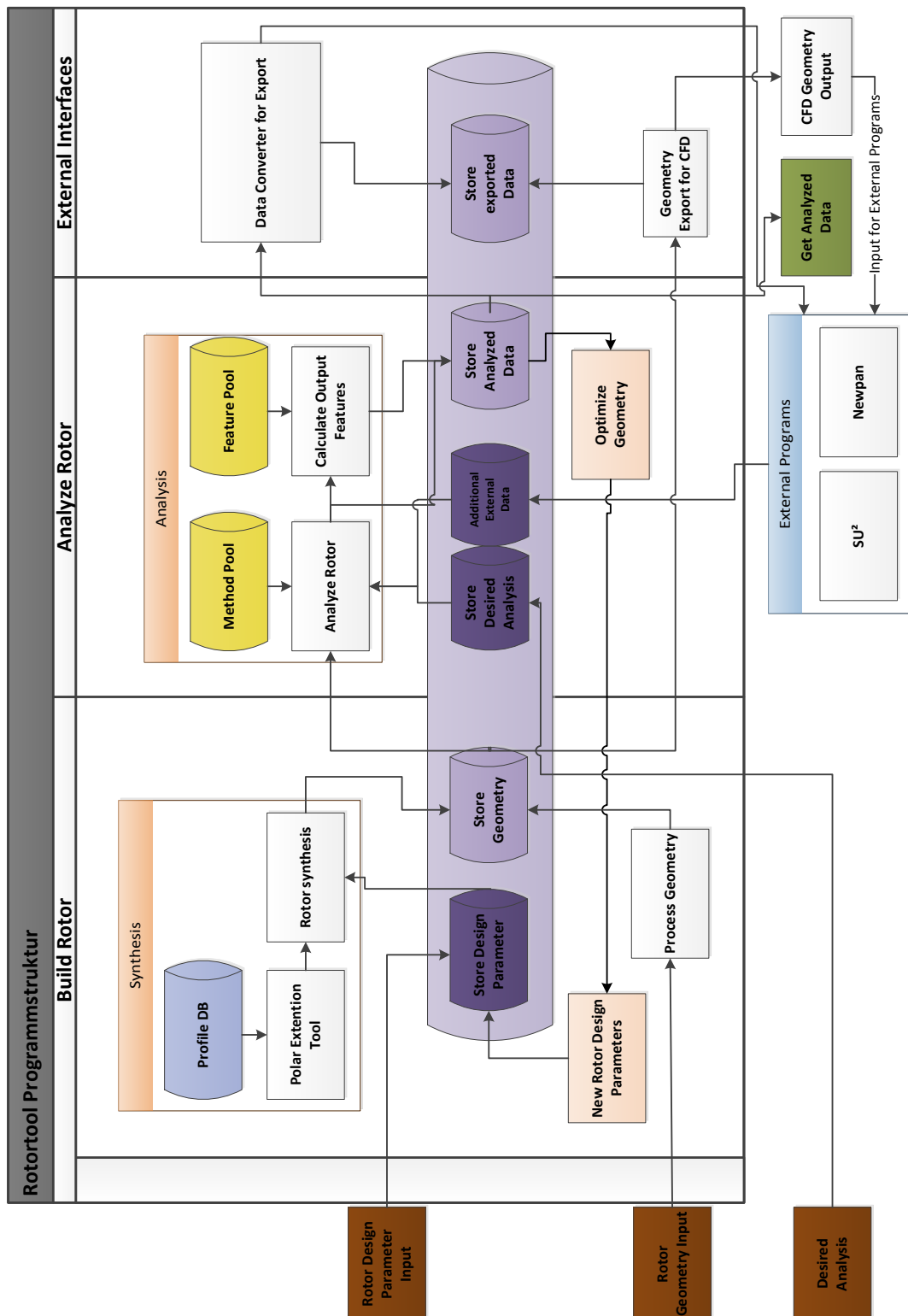


Abbildung 3.1: Programmarchitektur nach [21]

Die zu verwendende Form kann an jedem Profilschnitt frei vorgegeben werden, solange für jede Profilform Auftriebs- und Widerstandsbeiwert-Polaren verfügbar sind. Auch Anzahl und Position der Profilschnitte sind frei wählbar und werden vorgegeben. Diese beiden Parameter ermöglichen es, die Genauigkeit der Rotordarstellung zu steuern. Die Skalierung des Profils und der lokale Anstellwinkel werden in der Synthesefunktion automatisch berechnet und in der Rotorstruktur gespeichert. Bei der Vorgabe einer Geometrie müssen diese beiden Parameter ebenfalls angegeben werden.

Das gesamte Rotorblatt wird zusätzlich definiert durch die Radien der Nabe und der Blattspitze. Beide Werte werden als Eingangsparameter festgelegt. Zur Berücksichtigung von Verstellpropellern existiert ein Parameter, mit dem der Anstellwinkel des gesamten Blattes eingestellt werden kann. Die effektiven lokalen Profilanstellwinkel werden durch Addition des Blatt-Anstellwinkels mit den lokalen Profilanstellwinkeln berechnet.

Auf der Speicherebene des gesamten Rotors wird die Anzahl der Rotorblätter festgelegt. Außerdem werden mit dem Rotor ein Anströmungs- und ein Nachlaufobjekt verknüpft.

Das Inflow-Objekt enthält alle relevanten Parameter, die zur Berechnung der Anströmungsbedingungen benötigt werden. Diese bestehen für eine stationäre, gerade Anströmung lediglich aus der Anströmungsgeschwindigkeit. Im Falle einer schrägen Anströmung werden außerdem Inklinations-Richtung und -Winkel angegeben. Für maximale Flexibilität wird die schräge Anströmung aus zwei Komponenten zusammengesetzt:

- Schräge Ankunft der Anströmung
- Schrägstellung des Rotors

Diese Unterscheidung hat bei stationären Berechnungen keine praktische Auswirkung, dient jedoch als Vorbereitung für die Berechnung instationärer Zustände, die in der vorliegenden Arbeit implementiert wurden. Die Synthese-Funktion beschränkt sich auf die Auslegung des Rotors ohne Berücksichtigung der schrägen Anströmung.

Das Nachlaufobjekt enthält die Start- und Endkoordinaten aller Nachlaufwirbel sowie die zugehörige Wirbelstärke  $\Gamma$ .

## 3.2 Analyseprozess

Auch die Performanceanalyse eines Rotors orientiert sich stark an dem von Adkins in [2] beschriebenen Verfahren. Alle Parameter eines komplett definierten Rotors werden aus der Speicherstruktur gelesen und die Rotorperformance wird für gegebene Betriebspunkte berechnet. Dabei ist eine Berücksichtigung schräger Anströmung möglich.

Verfügbare Ergebnisse sind Effizienz, Schub- bzw. Leistungskoeffizienten  $CT$  bzw.  $CP$  sowie lokale Auftriebs- und Widerstandskoeffizienten.

Eine weitere Funktion des Analyseprozesses ermöglicht, den Rotornachlauf mit dem Wake-Relaxation-Verfahren nach Landgrebe [13] zu berechnen. Dieses Verfahren berücksichtigt ebenfalls eine schräge Anströmung bzw. die Schrägstellung des Rotors.



## 4 Ausbau der Basis-Funktionen von SARF

Wie aus [21, S. 66f]. zu entnehmen ist, enthält SARF mehrere vorgesehene Schnittstellen und Anknüpfungspunkte für Erweiterungen sowie einige bekannte Fehler.

Im folgenden Abschnitt werden methodenunabhängige funktionale Erweiterungen der Rotorstruktur sowie die methodische Überarbeitung der Profilpolarenberechnung mit XFOIL und die Durchführung einer Fehleranalyse und -korrektur beschrieben.

### 4.1 Funktionale Erweiterungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden folgende funktionalen Erweiterungen der Basisfunktionen von SARF implementiert:

- Blade-Sweep
  - im Syntheseprozess
  - im Analyseprozess
- Zyklische Blattwinkelverstellung im Analyseprozess
- Interpolation durch Thin Plate Splines (TPS)
- Verbesserte Profilpolarenberechnung mit XFOIL

#### 4.1.1 Blade Sweep

Die Möglichkeit, im Synthese- und Analyseprozess ein gepfeiltes Rotorblatt zu berücksichtigen, wurde im ursprünglichen Programmsystem lediglich vorbereitet - im Rahmen dieser Arbeit wurde sie implementiert.

#### 4.1.1.1 Syntheseprozess

Der Syntheseprozess berücksichtigt jetzt bei der Rotorauslegung, dass die Profile mit einer Geschwindigkeit überströmt werden sollen, die kleiner als eine kritische Machzahl ist. Die kritische Machzahl kann für jeden Profilschnitt einzeln festgelegt und berücksichtigt werden.

Übersteigt die lokale Anströmungsgeschwindigkeit eines Profils diese Machzahl, wird das Rotorblatt, genauer die  $\frac{t}{4}$ -Linie, an dieser Stelle mit einer Pfeilung versehen. Die Pfeilung ist so dimensioniert, dass die lokale Anströmung senkrecht zur Profilvorderkante  $V_{res \perp VK}$  folgende Bedingung erfüllt:

$$V_{res \perp VK} = Ma_{crit} * a \quad (4.1.1)$$

Der lokale Pfeilungswinkel ist damit abhängig von der Anströmungsgeschwindigkeit  $V_{res}$  und der lokalen kritischen Machzahl  $Ma_{crit}$  und beträgt:

$$\varphi = \arccos \frac{V_{res \perp VK}}{V_{res}} \quad (4.1.2)$$

Daraus resultiert die in Abbildung 4.1 dargestellte Geometrie, wobei jedem Profil individuell ein lokaler Pfeilungswinkel  $\varphi$  der gestrichelt eingezeichneten  $\frac{t}{4}$ -Linie zugeordnet wird. Um sicherzustellen, dass im Auslegungspunkt kein Profil zu schnell umströmt wird, nimmt die Pfeilung im Allgemeinen nach außen hin zu, da die lokale Anströmungsgeschwindigkeit im äußeren Bereich höher ist.

Der Pfeilungswinkel wird jedoch jeweils lokal unabhängig von den anderen Profilschnitten bestimmt, sodass über den Verlauf eines Rotorblattes beliebige Verläufe der  $\frac{t}{4}$ -Linie auftreten können.

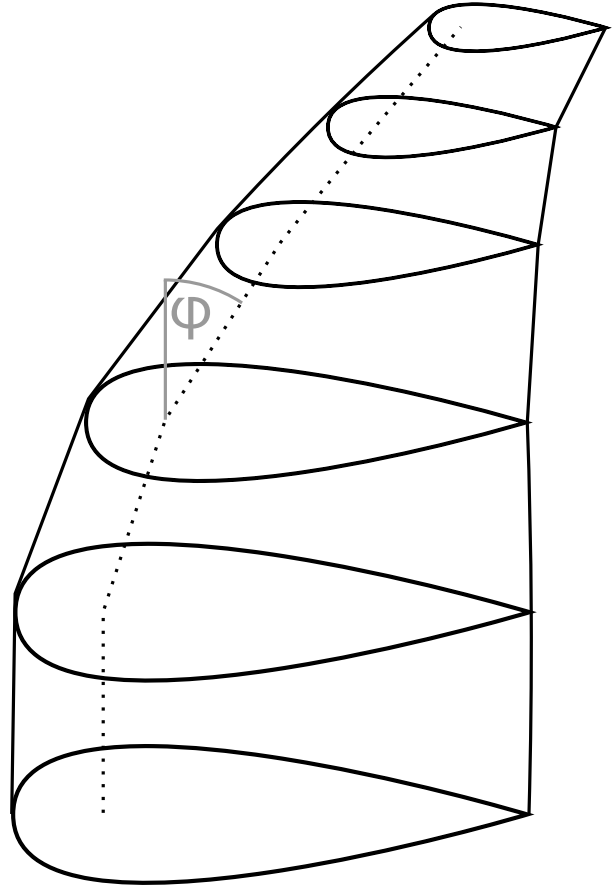


Abbildung 4.1: Rotorblatt mit Pfeilung

#### 4.1.1.2 Analyseprozess

Für die Berechnung im Analyseprozess wird die lokale Anströmung der Profile in 3 Anteile aufgeteilt:

- Anteil  $V_{\perp}$  senkrecht zur Rotorebene
- Anteil  $V_{\parallel}$  parallel zur Rotorebene und senkrecht zur Profilverderrkante
- Anteil  $V_{rad}$  parallel zur Rotorebene und in radialer Richtung

Die Anteile setzen sich aus der Anströmung, der Drehbewegung und den Manövern des Rotors zusammen. Zur Berechnung wird zuerst die Bewegung des Rotors durch Manöver zusammen mit der freien Anströmung in eine daraus resultierende Anströmung  $V_{Inflow}$  umgerechnet und zusammengefasst. Die Drehbewegung des Rotors wird getrennt betrachtet, da diese an mehreren Stellen im Algorithmus separat verwendet wird.

Mit Berücksichtigung der Pfeilung  $\varphi$  ergibt sich für die Anströmung des Rotors:

$$V_{\perp} = |V_{Inflow}| \cos \gamma \quad (4.1.3)$$

$$V_{\parallel} = \sin(\chi - \theta + \varphi) |V_{Inflow}| \sin \gamma \quad (4.1.4)$$

$$V_{rad} = -\cos(\chi - \theta + \varphi) |V_{Inflow}| \sin \gamma \quad (4.1.5)$$

Alle Anströmungsgeschwindigkeiten sind abhängig vom Winkel zwischen Rotorachse und Anströmung  $\gamma$ , wobei eine eventuelle Drehbewegung der Rotorachse durch Flugmanöver schon in  $\gamma$  berücksichtigt ist. Existiert keine schräge Anströmung des Rotors, ist  $\gamma = 0$ . Damit ist automatisch  $\sin \gamma = 0$  und die Anteile  $V_{\parallel}$  und  $V_{rad}$  verschwinden.

Bei einer schrägen Anströmung wird die Berechnung für vorgegebene Azimutwinkel  $\theta$  durchgeführt. Die in der Rotorebene liegenden Anteile  $V_{\parallel}$  und  $V_{rad}$  sind von der jeweiligen azimuthalen Position abhängig, weshalb  $\theta$  bei der Berechnung berücksichtigt wird. Zusätzlich muss die Richtung der schrägen Anströmung  $\chi$  berücksichtigt werden.

Zu  $V_{\parallel}$  muss nun die relative Anströmung durch die Rotation des Rotors hinzugefügt werden. Zusammen ergibt sich damit:

$$V_{\parallel ges} = V_{\parallel} + \Omega r \cos \varphi \quad (4.1.6)$$

Diese Geschwindigkeiten werden in der UBEM verwendet und somit wird die Blattpfeilung im Algorithmus berücksichtigt.

### 4.1.2 Zyklische Blattwinkelverstellung

Bisher konnte in SARF nur eine quasistationäre Änderung des Blattwinkels  $\beta$  berücksichtigt werden. Dabei konnte der Analyseprozess für verschiedene globale Blatteinstellwinkel (Pitch) durchgeführt werden.

Im Rahmen der instationären Erweiterung wird es nötig, instationäre Änderungen des Blattwinkels zu berücksichtigen. Ein Beispiel hierfür ist die zyklische Blattwinkelverstellung. Diese Blattwinkelverstellung tritt beispielsweise bei einem Helikopter auf, da sich hier der Blattwinkel in Abhängigkeit von der azimuthalen Blattposition  $\theta$  ändern muss: Die sich nach vorn bewegende Seite des Rotors erfährt eine höhere Anströmungsgeschwindigkeit, produziert somit mehr lokalen Auftrieb und benötigt daher einen geringeren Anstellwinkel als die nach hinten laufende Seite. Damit wird das Momentengleichgewicht des Rotors gewahrt.

In SARF ist es jetzt bei Bedarf möglich, zusätzlich zu einem statischen einen  $\theta$ -abhängigen Blattwinkel zu definieren. Der variable Winkel kann dabei als beliebige Funktion der Variablen:

- $\beta_{static}$  - statischer globaler Blattwinkel
- $\theta$  - azimuthale Position des Rotorblattes

definiert werden. Diese Funktion wird im Programm zusammen mit dem jeweiligen lokalen Blattwinkel der Profilschnitte für alle benötigten Azimutwinkel  $\theta$  an jedem Profilschnitt ausgewertet und liefert den dort vorliegenden Blattwinkel  $\beta$ .

### 4.1.3 Interpolation durch Thin Plate Splines (TPS)

Bei der UDEM müssen die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte  $C_L$  und  $C_D$  aus der Profilpolaren-Datenbank ausgelesen werden. Diese Werte werden für die jeweiligen Betriebspunkte durch Interpolation aus allen zu einem Profil vorhandenen Daten ermittelt. Diese mehrdimensionale Interpolation benötigt als Eingangsparameter:

- die Machzahl der Profilanströmung  $Ma$
- die Reynoldszahl der Profilumströmung  $Re$
- den Anstellwinkel des Profils  $\alpha$

Die manuelle Interpolation ist sensitiv für die Interpolationsreihenfolge über die drei Eingangsparameter und unflexibel bei den Ausgangsparametern. Sind beispielsweise in der Datenbank weitere Parameter wie die Gleitzahl  $\epsilon = \frac{C_D}{C_L}$  oder der Momentenbeiwert  $C_M$ , so muss die Interpolation speziell für diese Parameter angepasst werden.

Aus diesem Grund wurde eine bereits vorliegende Funktion zur Interpolation mit Thin Plate Splines (TPS) als Alternative zur ursprünglichen Interpolationsfunktion implementiert.

#### 4.1.3.1 Funktionsweise der TPS

TPS haben ihren Ursprung in der mathematischen Geometrie. Nach Ponza [18, S. 4] wurden diese zuerst zur Beschreibung von Biegebewegungen von dünnen Metallplatten benutzt und eignen sich dazu, über gemessene oder berechnete Profildaten zu interpolieren.

Nach Benini [4] werden um jeden verfügbaren Datenpunkt Splines gebildet, deren gewichtete Kombination jedem Punkt im Raum einen eindeutigen, interpolierten Wert zuweist. In Analogie zu einer Metallplatte wird aus allen Datenpunkten für jeden Beiwert eine Fläche gebildet, aus der über die Höhe der Flächen die Beiwerte für eine beliebige Kombination aus Anstellwinkel, Reynolds- und Machzahl gelesen werden können. Die Qualität der Interpolation kann an zwei Parametern gemessen werden:

- vertikaler Abstand zwischen der Fläche und den Datenpunkten
- Stetigkeit der Fläche.

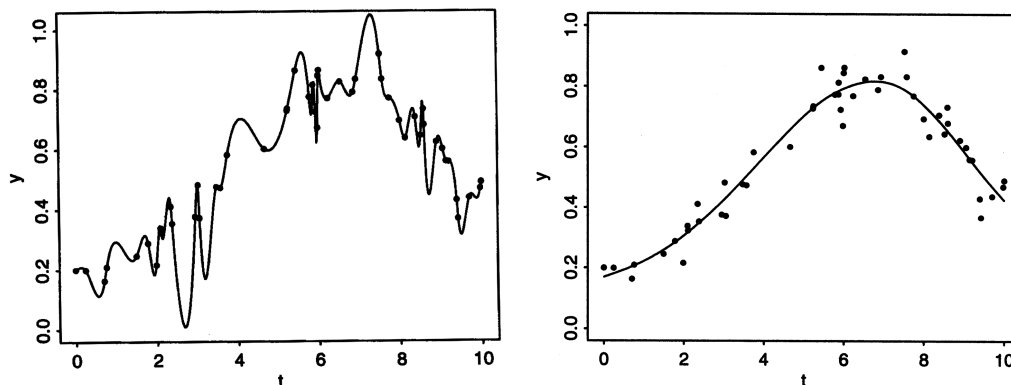
Verschiedene Interpolationsmethoden berücksichtigen beide Parameter in unterschiedlicher Weise.

Eine polynomiale Interpolation zwischen den Rändern des durch Datenpunkte definierten Gebietes liefert je nach Ordnung des Polynoms eine relativ stetige interpolierte Fläche, die je nach Verteilung der Datenpunkte teils erhebliche Abweichungen von den originalen Daten innerhalb des Gebietes aufweisen kann. Polynomiale Interpolation zwischen benachbarten Punkten verläuft lokal teils exakt durch die Datenpunkte, was jedoch zulasten der globalen Stetigkeit der Interpolationsfläche geht.

Bei der TPS wird zwischen den beiden Qualitätsparametern mit einem Glättungsfaktor  $\alpha_{TPS}$  abgewogen. Die aus den einzelnen Splines  $f$  gebildete, zu minimierende Interpolationsfläche  $S(f)$  wird durch Funktion 4.1.7 gebildet. Der linke Teil der Gleichung entspringt einer Methode der kleinsten Quadrate, um bei einer Minimierung die Datenpunkte möglichst exakt anzunähern. Der rechte Teil besteht aus einem Funktional  $J(f)$ , das mit steigender lokaler Krümmung von  $f$  steigt.

$$S(f) = \sum_i [y_i - f(x_i)]^2 + \alpha_{TPS} J(f) \quad (4.1.7)$$

Abbildung 4.2 zeigt, wie diese beiden Aspekte durch die Wahl von  $\alpha_{TPS}$  abgewogen werden können: Für große  $\alpha_{TPS}$  wie im rechten Bild wird die Interpolationsfläche glatter und stetiger, für kleine Alpha wie im linken Bild die Annäherung an alle Datenpunkte



**Abbildung 4.2:** Einfluss von  $\alpha_{TPS}$  auf die Interpolationsfläche aus Benini [4, S. 6]:  
kleines  $\alpha_{TPS}$  links, großes  $\alpha_{TPS}$  rechts

besser. Eine starke Annäherung an die Datenpunkte führt allerdings zu einer wenig glatten Fläche, sodass sich benachbarte Punkte auf der Fläche stark unterscheiden können.

Für ein gegebenes  $\alpha_{TPS}$  lässt sich das Minimierungsproblem eindeutig lösen und liefert so ein eindeutiges Ergebnis der Interpolation.

Daraus folgend muss für eine gute Interpolation lediglich  $\alpha_{TPS}$  vorgegeben werden. Über ein Kreuzvalidierungsverfahren kann ein optimaler Wert  $\alpha_{TPS}$  für jeden Datensatz ermittelt werden. Dieses in [4] beschriebene Verfahren ist allerdings in SARF noch nicht umgesetzt, sodass  $\alpha_{TPS}$  für jeden Datensatz manuell gewählt werden muss.

#### 4.1.3.2 Nutzung von TPS in SARF

Bei der Berechnung neuer Profilpolaren wird neben der klassischen Datenbank gleichzeitig eine TPS-Datenbank als Lookup-Table erzeugt. Damit können bei der Benutzung von SARF beide Möglichkeiten der Beiwert-Interpolation alternativ und variabel genutzt werden. In einem zukünftigen Überarbeitungsschritt von SARF können die bereits vorhandenen Datenbanken (beispielsweise die Profildatenbank des UIUC Applied Aerodynamics Group) für die Interpolation mit TPS umgerechnet werden und so die verschiedenen Interpolationsfunktionen vereinheitlicht werden.

## 4.2 Methodische Überarbeitung der Profilpolarenberechnung mittels XFOIL

Die Berechnung neuer Profilpolaren mit XFOIL [7] unterliegt einigen Schwierigkeiten. Für gegebene Reynolds-/Machzahl-Paare werden über einen gegebenen Anstellwinkel-Vektor die Profilpolaren für alle Anstellwinkel berechnet. Der erste Wert im Vektor dient dabei als Startlösung der anderen Berechnungen.

Für einige dieser Anstellwinkel kann XFOIL nicht konvergieren und liefert in diesem Punkt keinen Auftriebs- und Widerstandsbeiwert. Für einen gegebenen Vektor von Anstellwinkeln liegt deshalb nach der Berechnung mit XFOIL nur eine verringerte Anzahl Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte vor. Werden diese Werte als Grundlage von Profilpolaren ( $C_L$  bzw.  $C_D = fkt(\alpha)$ ) verwendet, ergeben sich Lücken in den Kurven. Die Position und Anzahl der Lücken lässt sich nicht vorhersagen und bei einer großen Menge Profilpolaren nur schwer im Einzelfall überprüfen.

Um dieses Problem zu beheben, wurde ein Schema ausgearbeitet, in welchem der Anstellwinkelbereich zwischen  $\alpha = -5^\circ$  und  $\alpha = 25.5^\circ$  Grad mit einem halben Grad Schrittweite viermal in unterschiedlichen Reihenfolgen durchlaufen wird:

1. Ein Vektor von  $-5^\circ$  bis  $+25.5^\circ$  lokalem Anstellwinkel  $\alpha$ .
2. Vier kleine Vektoren für 4 XFOIL-Aufrufe, die jeweils ein Viertel des Bereichs von  $-5^\circ$  bis  $+25.5^\circ$  abdecken.
3. Die beiden genannten Vektoren in jeweils umgekehrter Reihenfolge

Diese Vorgehensweise ergibt im Idealfall für jede geforderte Kombination aus Reynolds- und Machzahl 4 identische Sätze von Profilpolaren, die jeweils für alle Anstellwinkel  $\alpha$  Daten enthalten. Da nicht alle Berechnungspunkte zur Konvergenz führen, weisen alle 4 Datensätze Lücken auf, die sich in vielen Fällen nicht an derselben Position befinden. Da alle 4 Datensätze für eine identische Kombination aller anderen Parameter berechnet wurden, können diese zu einem Datensatz zusammengefasst werden.

Für jeden Anstellwinkel aus dem ursprünglichen Bereich  $\alpha = [-5^\circ : +25.5^\circ]$  werden die Daten aus den vier Datensätzen gesammelt und (sofern vorhanden) in dem finalen, zusammengefassten Datensatz gespeichert. Die Ergebnisse der vier Berechnungen sind in diesem Fall nicht zwingend identisch, da XFOIL unterschiedliche Startwerte bei der Berechnung verwendet hat. Deshalb wird der Mittelwert gebildet und dieser abgespeichert.

Existiert zu einem Anstellwinkel nur ein Datenpunkt, wird dieser in den finalen Datensatz übernommen. Ist keine der oben genannten Berechnungen für einen Anstellwinkel konvergiert, weisen auch die zusammengefassten Daten hier eine Lücke auf.

In der vorherigen Arbeit [21] wurde dieses Vorgehen nicht verwendet, sondern es wurde lediglich manuell jedem Profil das beste Ergebnis einer der oben erwähnten Anstellwinkel-Variationen zugeordnet. Das neue Vorgehen erfordert keinen manuellen Aufwand mehr, da sämtliche Berechnungen und das Zusammenführen der Datensätze automatisch erfolgen.

Eine genaue Auswertung der Qualitätsunterschiede ergibt starke Verbesserungen durch die neue Methode:

- Bei 63% aller Profile sind Profilpolaren für mehr Reynolds-/Machzahl-Kombinationen verfügbar - durchschnittlich 12% mehr.
- 97% aller Profilpolaren sind durch mehr Datenpunkte bestehend aus  $[\alpha, (C_L, C_D)]$  definiert.
- Der Anteil zusätzlicher Datenpunkte beträgt dabei 28%.

### 4.3 Fehlerkorrektur

In SARF wurde im Rahmen struktureller Optimierungen eine Fehlersuche durchgeführt. Dabei wurde ein Fehler in der Berechnung der induzierten Geschwindigkeit mit dem Biot-Savart-Gesetz erkannt:

Bei der Aufteilung eines Wirbelfadens in unterschiedlich lange Wirbelstücke wurden unterschiedliche induzierte Geschwindigkeiten berechnet. Das Resultat ist in den Abbildungen 4.3 und 4.4 sichtbar.

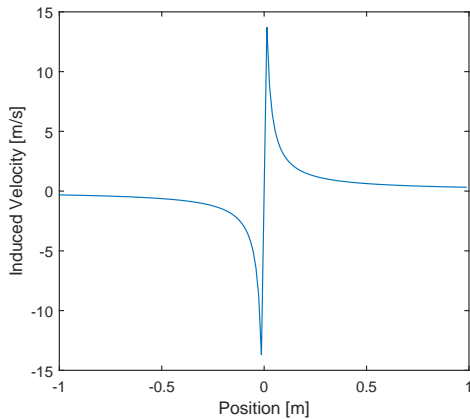


Abbildung 4.3: Kurze Wirbel

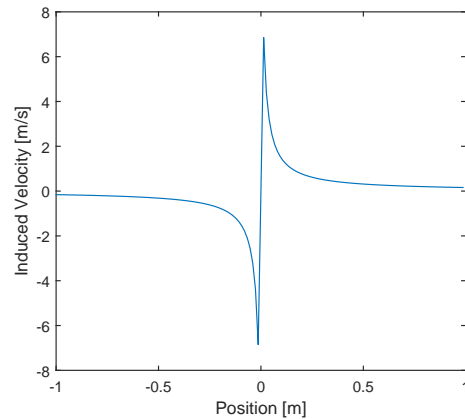


Abbildung 4.4: Lange Wirbel

Ein Wirbelfaden fester Länge wurde im linken Bild in kurze, hintereinander aufgereihte Wirbelstücke aufgeteilt. Im rechten Bild wurde der Wirbelfaden in halb so viele, doppelt



so lange Wirbelstücke aufgeteilt. Beide Berechnungen sollten dieselbe Wirbelstärke ergeben, jedoch ist ein deutlicher Unterschied zu erkennen.

Nach [20, S. 2] liegt der Fehler in der Desingularisierung durch den Wirbelkernradius:

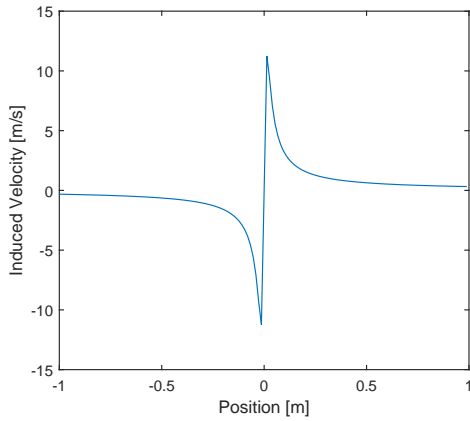
Für einen Wirbel zwischen den Punkten A und B, sowie einem beeinflussten Punkt P muss die ursprüngliche Gleichung:

$$V_{ind} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{(AP \times BP) (|AP| + |BP|)}{(|AP| |BP|) ((|AP| |BP|) + (AP \cdot BP) + r_c^2)} \quad (4.3.1)$$

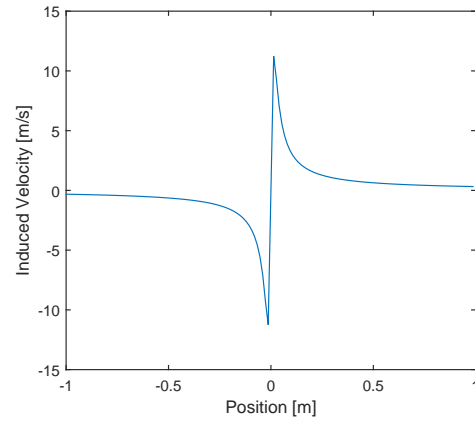
modifiziert werden, sodass der Wirbelkernradius  $r_c$  mit der Wirbelstücklänge  $|AB|$  multipliziert wird. Damit ergibt sich:

$$V_{ind} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{(AP \times BP) (|AP| + |BP|)}{(|AP| |BP|) ((|AP| |BP|) + (AP \cdot BP) + (r_c |AB|)^2)} \quad (4.3.2)$$

Durch diese Korrektur wird die induzierte Geschwindigkeit nun wie in den Abbildungen 4.5 und 4.6 sichtbar unabhängig von der Wirbelstücklänge richtig dargestellt:



**Abbildung 4.5:** Kurze Wirbel



**Abbildung 4.6:** Lange Wirbel

# 5 Erweiterung von SARF um die Methoden UBEM und UVLM

In diesem Kapitel werden Implementierung und Integration der in Kapitel 2 ausgewählten Methoden UBEM und UVLM in SARF beschrieben. Anschließend wird die Implementierung einer Demonstrations-Anwendung der verschiedenen Methoden erläutert.

## 5.1 Implementierung der UBEM

Die Implementierung der UBEM richtet sich nach dem in Kapitel 2.1 vorgestellten Algorithmus.

Die erforderlichen Parameter werden dabei aus den Rotor-Objekten der Speicherstruktur gelesen und entsprechend initialisiert. In diesem Abschnitt werden die Berücksichtigung instationären Verhaltens und die Bestimmung der Profilbeiwerte  $C_L$  und  $C_D$  beschrieben.

### 5.1.1 Instationäres Verhalten

In SARF kann instationäres Verhalten aufgrund verschiedener Ursachen simuliert werden. Dieses instationäre Verhalten zeigt sich hauptsächlich an zwei Parametern:

- veränderliche Anströmung des Rotors
- instationäre Bewegung des Rotors

Beide Ursachen können von SARF bearbeitet werden: sie werden über das Inflow-Objekt konfiguriert. Die Anströmung bündelt dabei Parameter der freien, auf den Rotor treffenden Strömung. Die Rotorbewegung repräsentiert lediglich die von einer Bewegung des Rotors im Raum hervorgerufenen Effekte.

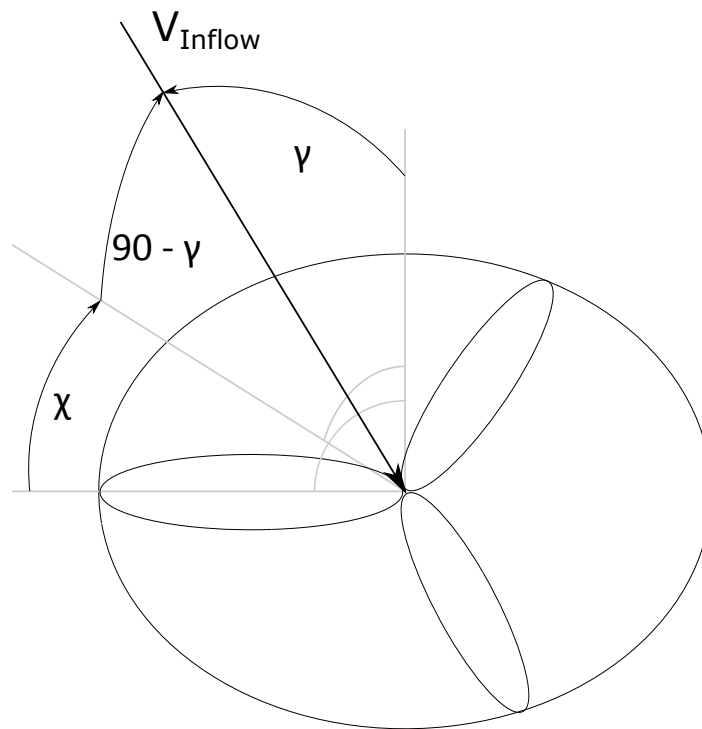
Die für viele Anwendungen existierende Redundanz in der Definition der Einflüsse ist wichtig, um auch komplexere Vorgänge (z.B. einen Schiebeflug in bewegter Luft

oder sich zeitgleich verändernde Rotorbewegung und freie Strömung) ohne strukturelle Änderungen von SARF korrekt darstellen zu können.

Die Verarbeitung einer in Zylinderkoordinaten  $\{r, \theta\}$  gegebenen, sich zeitlich ändernden, über die Rotorfläche inhomogenen Anströmung beliebiger Form ist zwar vorgesehen, wurde jedoch noch nicht umgesetzt. Diese Möglichkeit ist wichtig für die Verwendung einer mit CFD berechneten Geschwindigkeitsverteilung als Anströmungsbedingung. Eine Implementierung müsste in der Funktion „calculateStatIncVelocity.m“ erfolgen.

#### 5.1.1.1 Veränderliche freie Rotoranströmung

Im Inflow-Objekt existieren Parameter für eine instationäre Anströmung des Rotors.



**Abbildung 5.1:** Schräge Anströmung des Rotors

Die Anströmungsgeschwindigkeit  $V_{Inflow}$  des Rotors kann instationär in Betrag und Richtung variieren und daher variabel vorgegeben werden. Dafür werden der Betrag der Anströmungsgeschwindigkeit und für den Fall einer schrägen Anströmung zwei in Abbildung 5.1 eingezeichnete Winkel vorgegeben: Der Winkel  $\gamma$ , um welchen die Anströmung zur Rotorachse gekippt ist und der Winkel  $\chi$ , der angibt, aus welcher azimuthalen Richtung die Anströmung am Rotor ankommt. Für den Fall senkrechter Anströmung ist  $\gamma = 0^\circ$

### 5.1.1.2 Instationäre Bewegung des Rotors

Die Bewegung des Rotors wird über die äquivalenten Parameter  $V_{Rotor}$ ,  $\chi_{Rotor}$  und  $\gamma_{Rotor}$  im Inflow-Objekt abgebildet.  $V_{Rotor}$  enthält die Geschwindigkeit des Rotors durch unbewegte Luft. Die Winkel  $\chi_{Rotor}$  und  $\gamma_{Rotor}$  sind nur dann ungleich null, wenn sich die Richtung der Flugzeugbewegung und der Rotorachse unterscheiden. Dies tritt beispielsweise im Schiebeflug auf. der Winkel  $\gamma_{Rotor}$  entspricht in diesem Fall dem Schiebewinkel.

Um diese Bewegung mit der freien Anströmung verrechnen zu können, muss die durch die Bewegung des Rotors durch unbewegte Luft verursachte Anströmungsgeschwindigkeit bestimmt werden.

### 5.1.1.3 Verwendung in SARF

Für die Verwendung im Framework werden die freie Anströmung und die Rotorbewegung zuerst zu einer resultierenden Anströmung des Rotors zusammengefasst. Diese resultierende Anströmung wird von den implementierten Methoden ausgelesen und verwendet.

Alle Werte können entweder als statische Werte, als Liste mit Werten zu jedem Zeitschritt oder als analytische Funktion vorgegeben werden. Der Eingabetyp wird dabei von einer „movementType“ genannten Variablen festgelegt. Eine Mischung verschiedener Möglichkeiten ist aktuell nicht möglich, eine Änderung des „movementType“ erfordert daher anschließend auch eine Änderung aller 6 Anströmungsparameter. Die Einhaltung dieser Bedingung wird jeweils intern überprüft.

Ist ein statischer Wert gegeben, wird dieser bei der Berechnung über mehrere Zeitschritte nicht verändert. Ist eine Liste diskreter Werte gegeben, werden diese für die entsprechenden Zeitschritte verwendet. Dabei muss die Anzahl der Werte allerdings mit den Zeitschritten der Berechnung übereinstimmen oder im Falle konstanter Werte als Skalar vorliegen. Skalare Werte werden intern als konstantes Array behandelt, dessen Länge mit der Anzahl der Zeitschritte übereinstimmt. Um periodische Bewegungen darzustellen, kann jeder Parameter über einen String als analytische Funktion der Zeit  $t$  gegeben werden. Dabei muss der Buchstabe  $t$  in mindestens einem String der 6 Variablen enthalten sein. Greift eine Methode auf diesen Parameter zu, wird die Funktion für den aktuellen Zeitschritt ausgewertet.

Wird die aus beiden Bewegungsanteilen resultierende effektive Rotoranströmung benötigt, werden die Anteile der freien Anströmung und der Rotorbewegung entsprechend addiert. Diese Addition wird in der Funktion „inflow.getEffectiveInflow“ ausgeführt.

### 5.1.2 Interpolation der Profilpolaren

Die Interpolation der Profilpolaren für die Beiwerte  $C_L$  und  $C_D$  kann auf drei verschiedene Arten erfolgen:

- Interpolation von UIUC-Datenbank-Inhalten
- Interpolation von XFOIL-Daten
- Interpolation mit TPS

#### 5.1.2.1 Interpolation von UIUC-Datenbank-Inhalten

Ist ein im Rotor verwendetes Profil in der UIUC-Datenbank enthalten, können diese Daten für die Beiwertberechnung hinzugezogen werden. Die Daten in der UIUC-Datenbank besitzen keine Variation in der Machzahl, die Polarkurven haben aber eine hohe Qualität, da nur ausreichend validierte Werte in die Datenbank aufgenommen werden.

Die Interpolation über diese Daten erfolgt im Framework zuerst über  $\alpha$ , dann über die Reynoldszahl  $Re$ . Da die zugrunde liegenden Daten wenige Lücken aufweisen und die meisten Polaren über einen großen Anstellwinkelbereich  $\alpha = [5^\circ : 25^\circ]$  definiert sind, muss bei dieser Interpolation selten extrapoliert werden.

#### 5.1.2.2 Interpolation von XFOIL-Daten

Wenn für ein verwendetes Profil keine Polaren vorhanden sind, müssen diese zuerst mit Hilfe von XFOIL berechnet werden.

Für diese Daten wird eine dreidimensionale Interpolation durchgeführt: Zuerst wird über den Anstellwinkel  $\alpha$ , dann über die Reynoldszahl  $Re$  und abschließend über die Machzahl  $Ma$  interpoliert.

Die Berechnung mit XFOIL liefert oft Daten geringerer Qualität, sodass die Polaren oft nur über kleine Anstellwinkelbereiche definiert sind. Dies führt zu häufiger Extrapolation, falls für gegebene Parameter  $\alpha$ ,  $Re$  und  $Ma$  keine Daten vorhanden sind. Da für die dreidimensionale Interpolation teils öfter extrapoliert werden muss, können sich extreme Werte ergeben, die abgefangen werden müssen. Dazu wird eine Grenze des für  $C_L$  und  $C_D$  zulässigen Bereichs definiert und die Beiwerte werden mit diesen Grenzen limitiert.

### 5.1.2.3 Interpolation mit TPS

Die neu eingeführte Alternative der Interpolation mit TPS kann prinzipiell sowohl für Daten aus der UIUC-Datenbank, als auch für mit XFOIL berechnete Profilpolaren verwendet werden. Dazu müssen alle Daten verarbeitet und die Interpolationsfläche  $S(f)$  muss berechnet werden. Aktuell wird lediglich für mit XFOIL berechnete Profilpolaren die Interpolation mit TPS vorbereitet. Dabei muss  $\alpha_{TPS}$  aktuell noch manuell gewählt werden – bei einer zukünftigen Erweiterung von SARF ist die Implementierung einer programmgesteuerten Ermittlung der Werte von  $\alpha_{TPS}$  sehr wichtig.

Aus der berechneten Fläche können bei der UBEM die Profilbeiwerte abgelesen werden. Diese Möglichkeit ist etwas schneller als es die oben genannten Interpolationen sind. Diese Methode ist außerdem für eine ausreichend glatte Fläche auch zur Extrapolation geeignet.

Um die Trennung der Interpolationsweisen aus verschiedenen Quellen zu umgehen, sollte der Datensatz der UIUC-Datenbank zukünftig ebenfalls für die Interpolation mit TPS verarbeitet werden.

## 5.2 Implementierung von UVLM

Die Implementierung der UVLM in MATLAB wurde in die Struktur von SARF integriert. Die Rotorgeometrie musste dazu in eine bestimmte Input-Datenstruktur umgewandelt werden. Weiterhin wird in diesem Kapitel die neue Implementierung des Biot-Savart-Gesetzes beschrieben.

### 5.2.1 Input-Datenstruktur

Für die Initialisierung werden als Input 3 Variablenpakete mit folgenden Informationen als MATLAB-struct benötigt:

- Geometrie
- Anströmungsbedingungen
- Instationäre Daten

### 5.2.1.1 Geometrie

Im Geometrie-Input müssen die Anzahl der Objekte (Rotorblätter und sonstige Objekte) sowie die Geometriedaten jedes einzelnen Objekts übermittelt werden. Die Daten einzelner Objekte können sich dabei individuell unterscheiden:

- Anzahl der Wirbelringe im Gitternetz  $n_B$ , die der Anzahl der Kontrollpunkte entspricht.
- Anzahl der Ecken jedes Wirbelrings  $n_C$ .
- Eine Matrix mit allen  $xyz$ -Werten der Kontrollpunkt-Koordinaten der Form  $[n_B, 3]$
- Eine Matrix mit allen  $xyz$ -Werten der Kontrollpunkt-Normalvektoren der Form  $[n_B, 3]$
- Eine Matrix mit allen  $xyz$ -Werten der Wirbelring-Eckpunkte. Hierbei sind alle Eckpunkte in einer Liste untereinander. Es gibt  $n_B * n_C$  Eckpunkte, die Matrix hat also die Form  $[n_B * n_C, 3]$
- Eine Konnektivitäts-Matrix, welche die Indizes der Eckpunkt-Liste in Wirbelringe einordnet. Diese Matrix ist zweidimensional mit je einer Zeile pro Wirbelring und einer Spalte pro Wirbelring-Eckpunkt. Sie hat die Form  $[n_B, n_C]$
- Eine Matrix mit Informationen zur Wirbelablösung. Sie hat die Form  $[n_B, n_C]$  der Konnektivitäts-Matrix, ist aber mit logischen Werten gefüllt. Darin steht 1, wenn der entsprechende Wirbel bei einer Rotorbewegung in den Nachlauf abgegeben werden soll, sonst 0.
- Ein Vektor  $\vec{\Omega}$  der Form  $(0, 0, \Omega)$ , welcher die Drehung des Objektes anzeigt. Die aktuelle Implementierung kann nur Drehungen um die Z-Achse mit dem Koordinatenursprung  $(0, 0, 0)$  als Drehzentrum verarbeiten. Für nicht rotierende Objekte wie beispielsweise eine Auftriebsfläche wird dieser Vektor als  $(0, 0, 0)$  übergeben.
- Eine zweidimensionale Indexmatrix in der Form des Diskretisierungsgitters, welche die Anordnung der Kontrollpunkte auf dem Gitter anzeigt. Die Anzahl der Elemente in der Matrix entspricht  $n_B$ , die Länge der einzelnen Dimensionen richtet sich nach der Gittergröße.

Die Geometrie wird dabei aus der in SARF vorhandenen Profilschnitt-Darstellung des Rotors erzeugt. Dazu muss die tatsächliche Geometrie der normierten Profiliränder ausgelesen werden. Anschließend wird daraus an jedem Profilschnitt die Position der Skelettlinie berechnet. Dies geschieht durch Berechnung der Mittelpunkte zwischen Ober- und Unterseite. Zusammen bilden diese Mittelpunkte die Skelettlinie, welche entsprechend der hinterlegten Geometrieinformationen skaliert werden muss. Nachdem alle Skelettlinien der Profilschnitte vorhanden sind, muss über den Bereich zwischen

den Profilschnitten interpoliert werden. Ist die gesamte Geometrie der Skelettfläche bekannt, kann diese in ein Gitter zerlegt werden und es können die Normalvektoren aus Kreuzprodukten von Kontrollpunkt-Verbindungslinien berechnet werden.

Diese Vorgehensweise lässt sich mit Hilfe der bereits vorhandenen Informationen auch automatisiert durchführen, ist aber aktuell noch nicht implementiert.

### 5.2.1.2 Anströmungsbedingungen

Für die Anströmungsbedingungen wird ein Vektor der freien Anströmung  $V_{Inflow} = (V_x, V_y, V_z)$  benötigt. Für den Fall sich zeitlich ändernder Anströmungsbedingungen kann  $V_{Inflow}$  als Matrix der Form  $[n_T, 3]$  gegeben sein. Für eine sich nicht ändernde Anströmung kann auch die Form  $[1, 3]$  vorliegen.

Außerdem muss zur Normierung in der Biot-Savart-Funktion eine Machzahl der freien Anströmung gegeben sein.

Eine Verarbeitung der in Abschnitt 5.1.1 beschriebenen und für die UBE<sub>M</sub> verwendeten Anströmungsdaten ist in der aktuellen Implementierung noch nicht möglich.

### 5.2.1.3 Instationäre Daten

Bei der aktuellen Implementierung ist in diesem Teil der Input-Daten lediglich ein Zeitvektor enthalten, der die absolute Zeit enthält. Dieser Vektor muss nicht äquidistant sein und kann von beliebiger Länge sein.

Die aktuelle Implementierung kann noch keine Translation der Objekte relativ zueinander verarbeiten. Eine spätere Erweiterung der Funktionalität kann diese Informationen mit diesem Datenpaket übergeben.

## 5.2.2 Neu-Implementierung des Biot-Savart-Gesetzes

Die in der ursprünglichen Nachlaufberechnung verwendete Implementierung des Biot-Savart-Gesetzes zur Berechnung der durch Wirbel induzierten Geschwindigkeiten ist speziell auf die Vermeidung von *for*-Schleifen und die Verarbeitung beliebiger Matrix-Formen getrimmt.

Die Berechnungen werden in cell-Arrays mit Hilfe von speziellen, für die elementweise Manipulation von Matrizen in cell-Arrays geschaffenen Funktionen aus der MATLAB „Neural Network Toolbox“ durchgeführt.

Eine Prüfung dieser Funktionen im Rahmen dieser Arbeit ergab, dass dort intern jeder Rechenschritt mit Hilfe einer *for*-Schleife, nicht aber vektorisiert durchgeführt wird.



Dadurch erhöht sich die Berechnungsdauer erheblich, da bei einer Implementierung in MATLAB vektorisierte Berechnungen generell einer *for*-Schleife vorzuziehen sind. In der neuen Nachlaufberechnung mit der UVLM wurde deshalb eine ursprünglich von T. Kier (DLR-SR-FLS) programmierte Funktion benutzt und für die Verwendung in SARF angepasst.

Diese Funktion arbeitet mit einer großen *for*-Schleife, in welcher alle restlichen Operationen vektorisiert ausgeführt werden. Durch die Verwendung von nur einer *for*-Schleife arbeitet diese Funktion je nach Anzahl der Wirbel und beeinflusster Punkte zwischen 3-mal und 20-mal schneller. Die einzige verwendete *for*-Schleife wird nicht durch Vektorisierung vermieden, da die Vektorisierung mehrdimensionaler Matrizen kaum möglich ist und neuere MATLAB-Versionen *for*-Schleifen durch die Verwendung von „Just-In-Time“-Kompilierung (JIT) deutlich schneller berechnen können als ältere Versionen.

Die neue Implementierung des Biot-Savart-Gesetzes ist außerdem speziell auf die Berechnung der induzierten Geschwindigkeit durch Wirbelringe der UVLM ausgerichtet und wendet Methoden zur Beschleunigung der Berechnungen bei Wirbelring-Systemen an. Beispielsweise wird ein zu zwei benachbarten Wirbelringen gehörendes Wirbelstück nicht doppelt berechnet und so die Anzahl der Rechenoperationen gesenkt.

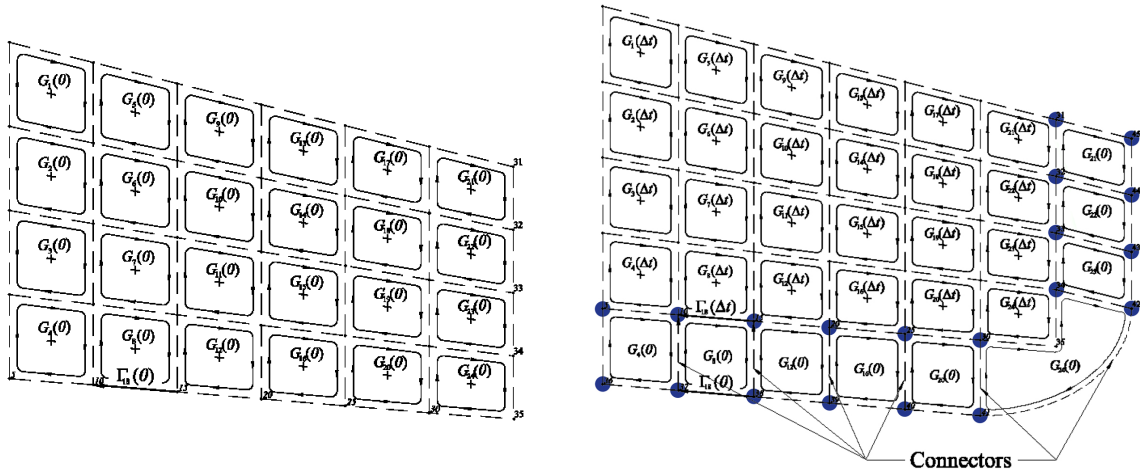
### 5.2.3 Einschränkende Annahmen

Die in dieser Arbeit erstellte Implementierung der UVLM unterliegt einigen Einschränkungen, welche in einer zukünftigen Erweiterung der Funktion beseitigt werden können:

1. Alle Rotationen der Körper müssen um die Z-Achse mit dem Koordinatenursprung  $(0, 0, 0)$  als Drehpunkt erfolgen. Die Rotorblätter müssen also mit dem Punkt  $(0, 0, 0)$  als Nabenmitte definiert werden.
2. Es können nur Diskretisierungen in Gitterelemente mit 4 Eckpunkten verarbeitet werden.
3. Bei der Wirbelablösung können lediglich 0 oder 2 Eckpunkte eines Wirbelringes in den Nachlauf abgegeben werden.
4. Die Vorgabe einer Startlösung für die Nachlaufgeometrie ist aktuell nicht möglich.

Einschränkung Nr. 3 hat zur Folge, dass bei einer Wirbelablösung über eine Ecke der Geometrie hinweg (beispielsweise bei Ablösung an der Hinterkante und Blattspitze), wie in Abbildung 5.2 sichtbar, der Gitterpunkt an der Blattecke im Nachlauf „verschwindet“.

Das linke Bild zeigt das Wirbelgitter auf der Blattoberfläche im Zeitschritt 0. Das rechte Bild zeigt denselben Abschnitt nach einem Zeitschritt. An der Hinterkante (unten) und der Blattspitze (rechts) wurde jeweils eine Wirbelreihe in den Nachlauf abgegeben. Dabei wurden die an der Außenkante liegenden, dunkelblau markierten



**Abbildung 5.2:** Wirbelablösung über eine Ecke nach Preidikman [19, S. 95f]. Durch Markierung einiger Eckpunkte modifiziert

Eckpunkte in den Nachlauf abgegeben und mit  $V_{ind}$  bewegt. Dann wurde die Geometrie gemäß der gegebenen Rotorbewegung bewegt. Anschließend werden die als „Connectors“ beschrifteten Wirbelstücke neu eingefügt, sodass sich die abgegebenen und die an der Außenkante liegenden Eckpunkte jeweils wieder zu einem Wirbelring verbinden.

Von dem Gitterelement in der Ecke des Rotorblattes wurden ebenfalls zwei Eckpunkte in den Nachlauf abgegeben: die Ecken unten links und oben rechts. Der direkt an der Rotorecke liegende Eckpunkt wurde nicht abgegeben. Der Nachlauf-Wirbelring spannt nun einen „Bogen“ um die Rotorecke.

### 5.3 Implementierung eines Demonstrations-Anwendungsfalls

Zur Demonstration der Performanceanalyse wurde eine Testmission mit dem Skript „Run\_UBEM\_Mission\_Demonstration.m“ implementiert.

Die Testmission ist der Flug eines einmotorigen Flugzeugs, bei dem zuerst ein Rotor konfiguriert und anschließend nacheinander für mehrere Missionsteile eine Performanceanalyse durchgeführt wird.

Die einzelnen Aspekte der Testmission und damit die Benutzung von SARF werden im folgenden Abschnitt schrittweise erklärt. Zu Demonstrationszwecken werden in einigen Flugphasen Annahmen getroffen, die keiner real möglichen Mission entsprechen.

### 5.3.1 Rotor-Erstellung

Zur Rotor-Erstellung kann entweder ein generischer, mit der in SARF enthaltenen Synthesefunktion auf Basis eines UIUC-Profiles erstellter Propeller, oder der für die spätere Validierung verwendete Propeller der DO-128-6 verwendet werden.

#### 5.3.1.1 Rotor-Synthese

Im ersten Fall wird ein Propeller mit Hilfe der Synthesefunktion erstellt. Dies geschieht in der Funktion „create\_UIUC\_Prop.m“. Vor dem Aufruf der Synthesefunktion müssen einige Parameter konfiguriert werden:

- die zu verwendenden Profilformen
- der Speicherort der diese Profile enthaltenden Profildatenbank
- die Anzahl der Rotorblätter
- die Größe des Rotors: Naben- und Blattspitzenradius
- die Anzahl und die Platzierung der verwendeten Profilschnitte
- die Auslegungs-Anströmungsbedingungen

Die Rotorsynthese entwirft eine Rotorgeometrie für den Fall einer stationären, planaren Anströmung. Dazu werden die optimalen Werte der Sehnenlängen und Blattwinkel an den jeweiligen Profilschnitten berechnet. Übersteigt die Profilmströmung die kritische Machzahl des Profils, wird das Rotorblatt mit einer Pfeilung versehen.

#### 5.3.1.2 Rotor-Eingabe

Wird, wie in der Funktion „create\_Do128\_Prop.m“, ein bereits bekannter Propeller erstellt, müssen sämtliche Parameter vorgegeben werden: Neben den oben genannten Parametern müssen Sehnenlängen und Blattwinkel festgelegt werden. Im Fall eines Verstellpropellers kann zusätzlich ein globaler Blattwinkel vorgegeben werden. Für den Fall gepfeilter Blätter muss der jeweilige lokale Pfeilungswinkel ebenfalls vorgegeben werden.

Variable Werte wie die Anströmungsbedingungen können jederzeit an die aktuellen Berechnungen angepasst werden. Die Erstellung eines neuen Rotor-Objekts ist hierfür nicht notwendig.

### 5.3.2 Berechnung der Missionsteile

Im nächsten Teil des Skriptes werden die unterschiedlichen Missionsabschnitte konfiguriert und berechnet. Die Mission besteht aus den folgenden Abschnitten:

1. Beschleunigung auf der Startbahn
2. Rotations-Phase kurz vor dem Abheben
3. Beschleunigter Steigflug
4. Kurvenflug mit einer Drehung um 180 Grad
5. Sinkflug zur Landebahn mit oszillierendem Verstellpropeller

Dabei werden jeweils der Rotorschub  $T$ , die erforderliche Leistung  $P$  und die Rotoreffizienz  $\eta$  berechnet.

#### 5.3.2.1 Beschleunigung auf der Startbahn

Der erste Abschnitt behandelt die Beschleunigung auf der Startbahn. Die Berechnung beginnt mit einer initialen Geschwindigkeit, da der Fall des Standschubes noch nicht implementiert wurde.

Die Anströmungsbedingungen werden hier als analytische Funktionen vorgegeben: Die Flugzeug-Geschwindigkeit  $V_{AC}$  ist zeitabhängig und wird als von der Beschleunigung  $a$  und der initialen Geschwindigkeit  $V_{init}$  abhängige Funktion gegeben:

$$V_{AC} = at + V_{init} \quad (5.3.1)$$

Alle anderen Anströmungsparameter werden konstant auf null gesetzt. Durch die Implementierung im Inflow-Objekt müssen die restlichen Parameter als String '0' definiert werden.

Da in diesem Fall eine planare, senkrechte Anströmung vorherrscht, kann die Anzahl der azimuthalen Berechnungspunkte auf 1 gesetzt werden und mit der Funktion „UBEM\_Adkins\_analysis\_Incidence.m“ die Performanceberechnung mit der UBE<sub>M</sub> gestartet werden.

### 5.3.2.2 Rotations-Phase kurz vor dem Abheben

Im zweiten Missionsabschnitt wird die Rotations-Phase unmittelbar vor dem Abheben durchgeführt. Hier werden die Anströmungsbedingungen im „series“-Format übergeben. Konstante Werte können dabei auch als Skalare definiert werden.

Die Flugzeuggeschwindigkeit  $V_{AC}$  entspricht der Abhebegeschwindigkeit und bleibt konstant.

Durch die Rotation ändert sich die Rotor-Ausrichtung, die Variable  $\gamma_{Rotor}$  vergrößert sich also mit jedem Zeitschritt.

In dieser Phase bewegt sich das Flugzeug durch unbewegte Umgebungsluft, die drei Parameter der freien Anströmung sind also null. Hier werden diese Parameter auf die numerische Zahl 0 gesetzt, da die vorher gesetzten String-Werte ungültig sind.

Da die Anströmungsbedingungen des Rotors in dieser Phase nicht mehr planar und senkrecht zur Rotorfläche ausgerichtet sind, wird die Anzahl der azimuthalen Berechnungspunkte auf 9 gesetzt. Damit ergibt sich eine Berechnung an 9 azimuthalen Positionen des Rotorumlaufs mit einem Winkelabstand von

$$\Delta\theta = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ \quad (5.3.2)$$

Nach der Definition aller Parameter wird die Analyse erneut gestartet.

### 5.3.2.3 Beschleunigter Steigflug

Der anschließende Abschnitt behandelt einen beschleunigten Steigflug. Dabei wird ein von der Seite kommender, stärker werdender Wind berücksichtigt.

Die Flugzeuggeschwindigkeit wird in einem Array von der Abhebegeschwindigkeit auf die Reisegeschwindigkeit gesteigert. Im Steigflug ist die Rotorachse gegenüber der Flugrichtung um  $3^\circ$  nach oben geneigt,  $\gamma_{Rotor}$  wird somit auf  $0.0524 \text{ rad}$  gesetzt.

Der Seitenwind wird ebenfalls als Array von null auf die maximale Geschwindigkeit gesteigert. Als Richtung der seitlichen Anströmung wird  $\frac{\pi}{2}$  vorgegeben, der Winkel auf  $1.4835 \text{ rad} \cong 85^\circ$  gesetzt.

Bei Verwendung des „Do128-Popellers“ muss an dieser Stelle aufgrund der hohen Geschwindigkeiten die Blattneigung  $\beta$  angepasst werden. Sie wird auf  $30^\circ$  gesetzt.

Auch in dieser Phase wird die Anzahl der azimuthalen Berechnungspunkte auf 36 angepasst. Der Winkelabstand dieser Berechnungspunkte beträgt somit  $10^\circ$

#### 5.3.2.4 Kurvenflug mit einer Drehung um 180 Grad

Im Abschnitt des Kurvenfluges wird erneut die analytische Darstellungsweise gewählt. Bei konstanter Geschwindigkeit führt das Flugzeug eine Kurve ohne Schiebewinkel aus: Die Rotorneigung zur Geschwindigkeitsachse beträgt null.

Allerdings herrscht ein Seitenwind, der während des Kurvenfluges die relative Richtung ändert und den Rotor beeinflusst. Dieser Wind wird in den Parametern  $\gamma$  und  $\chi$  der freien Strömung gespeichert und anschließend wird die Rotoranalyse durchgeführt.

#### 5.3.2.5 Sinkflug zur Landebahn mit oszillierendem Verstellpropeller

Der Letzte Abschnitt behandelt einen verzögernden Sinkflug mit sich in der Richtung änderndem Gegenwind - die Geschwindigkeitsparameter werden dazu entsprechend definiert.

In dieser Phase wird die Anzahl der azimuthalen Berechnungspunkte verdoppelt um die lokalen Unterschiede auf der Rotorebene genauer betrachten zu können.

Zusätzlich wird in diesem Fall zu Demonstrationszwecken der Blattwinkel mit einer zyklischen Bewegung versehen. Dazu wird eine analytische Funktion festgelegt, mit der sich der Blattwinkel während einer Umdrehung der Rotorblätter verändert. Dieser String muss die beiden Parameter „theta“ und „beta\_static“ enthalten, um in SARF verarbeitbar zu sein.

Die Vorgabe wird mit der Funktion „prop.blade.setGlobalTwist“ in dem Rotor gespeichert.

Anschließend kann die Rotor-Analyse ausgeführt werden, wobei die Änderung des Blattwinkels automatisch berücksichtigt wird.

## 6 Validierung von UBEM und UVLM

Ein wesentliches Element dieser Arbeit ist die ausführliche Validierung der implementierten Methoden - insbesondere der UBEM.

### 6.1 Validierung der UBEM

Die UBEM wurde als instationäre Erweiterung der bereits vorhandenen BEM implementiert. In einem ersten Schritt wurde mit einem positiven Ergebnis überprüft, ob die Ergebnisse von UBEM und BEM für den Fall einer stationären Strömung identisch sind.

In den folgenden Validierungsschritten wurde jeweils nur die UBEM zur Berechnung verwendet.

#### 6.1.1 Variation des Transitionspunktes in XFOIL

Bisher wurde zur Berechnung der Profilpolaren mit XFOIL die Option „free transition“ verwendet. Dabei wird in XFOIL für jede Berechnung automatisch, abhängig von der Profilumströmung, ein Transitionspunkt (TP) bestimmt. Der Transitionspunkt kennzeichnet den laminar-turbulenten Strömungsumschlag: vor dem TP wird eine laminare, hinter dem TP wird eine turbulente Profilumströmung angenommen. Eine laminare Strömung an der Rotor-Außenseite hat einen niedrigen Widerstand und erzeugt einen starken Auftrieb. Eine turbulente Strömung ist gekennzeichnet durch erhöhten Luftwiderstand und geringere Tendenz zur Strömungsablösung bei hohen Anstellwinkeln.

Bei der im Rahmen der vorherigen Arbeit [21] erfolgten Validierung mit Windkanaldaten wurde festgestellt, dass die BEM die Rotoreffizienz um 4 bis 7% zu hoch berechnet. Wird bei der Berechnung der Beiwerte mit XFOIL ein fester Transitionspunkt relativ weit vorn gewählt, weisen die Profile einen erhöhten Widerstand auf und die Performanceanalyse könnte die Rotoreffizienz weniger stark überschätzen.

Um diese Vermutung zu überprüfen, wurden mehrere Datensätze von Profilpolaren jeweils mit einem fixen TP berechnet. Dieser wurde an den Profiltiefen  $TP = [0.01c, 0.04c, 0.08c, 0.13c, 0.18c, 0.2c, 0.22c, 0.25c, 0.3c, 0.4c]$  festgesetzt. Diese Datensätze

wurden mit der in Kapitel 4.2 erläuterten, modifizierten Berechnungstechnik erzeugt. In den folgenden Abbildungen sind die Transitionsunkte von 1 bis 10 nummeriert. Nummer 1 ist dabei  $TP = 0.01c$  und Nummer 10 ist  $TP = 0.4c$ . Außerdem gibt es einen zusätzlichen Datensatz mit dem Namen „TP free“, der mit der Einstellung der „free transition“ erzeugt wurde.

Auf Basis jedes dieser Polardatensätze wurde eine Performanceanalyse für alle durch die bereits in der Grundlagenarbeit [21] verwendeten Windkanaldaten des IMPULLS-Propellers vorgegebenen Betriebspunkte durchgeführt. IMPULLS ist das in Abbildung 6.1 dargestellte, unbemannte Forschungsflugzeug des Lehrstuhls für Luftfahrtsysteme (LLS) der TUM [9]



**Abbildung 6.1:** IMPULLS UAV [9]

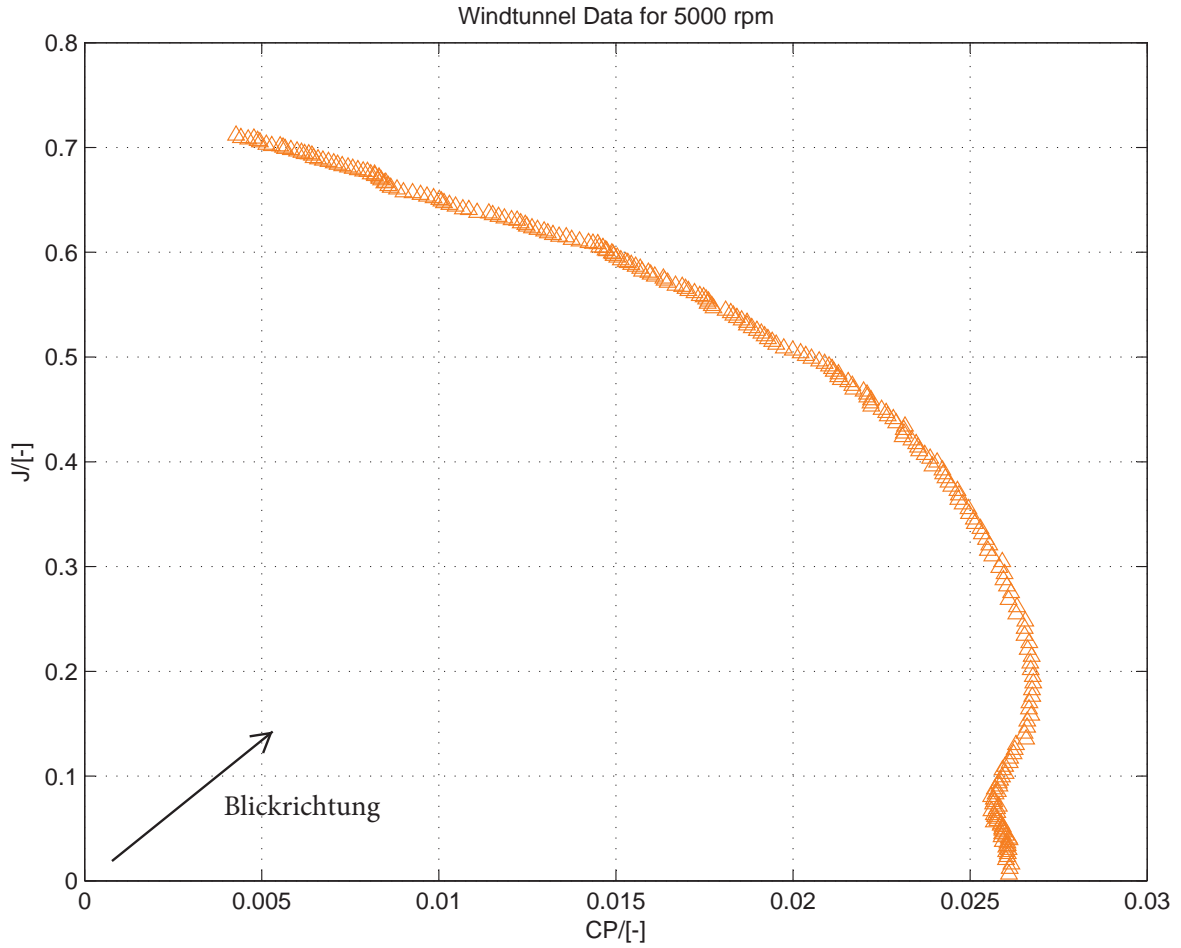
Aus den Ergebnissen der Performanceanalysen kann für jeden TP ein Kennfeld erstellt werden und mit dem Kennfeld, das aus den Daten der „free transition“ erstellt wurde, sowie den Windkanalmessdaten verglichen werden.

Betrachtet wurden in einem ersten Schritt alle Windkanal-Daten für die Drehzahl 5000 rpm. In einem  $J-C_P$  Diagramm ergeben diese Daten eine in Abbildung 6.2 sichtbare gekrümmte Linie. Der eingezeichnete schwarze Pfeil zeigt die Blickrichtung aller folgenden Abbildungen dieses Abschnitts an.

Um Tendenzen erkennen zu können, wurden lediglich Daten einer Drehgeschwindigkeit miteinander verglichen, da eine Berücksichtigung kompletter Kennfelder eine zu große Streuung beinhaltet. Das Ziel dieser Untersuchung ist es, eine Tendenz zu erkennen, nach der sich die errechnete Effizienz in einer vorhersagbaren Weise mit dem Transitionsunkt der Polardaten verschiebt.

Das Vorgehensprinzip wurde aus der vorhergehenden Arbeit übernommen:

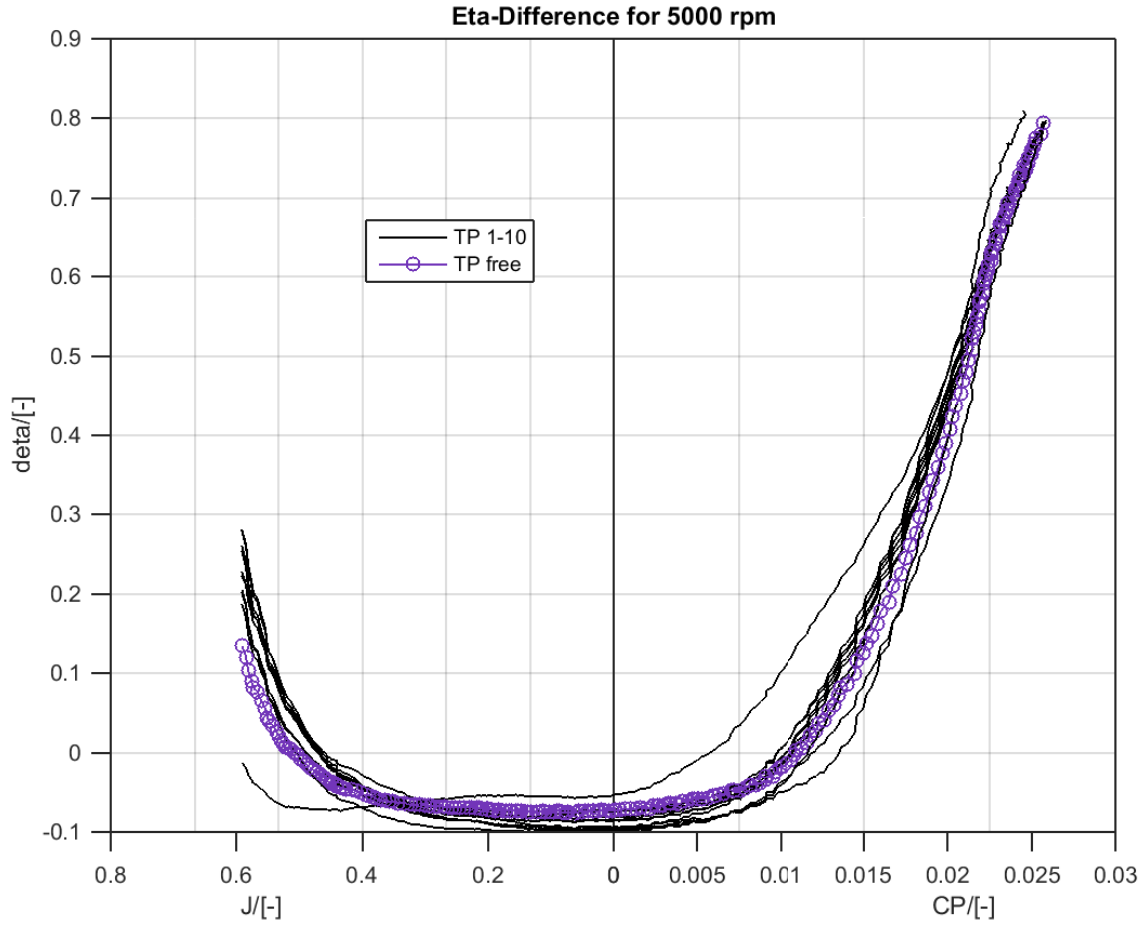




**Abbildung 6.2:** Windkanal-Messdaten für die Drehzahl 5000 rpm

Die gemessenen und die berechneten Daten liegen in einem  $J-C_P-\eta$  Diagramm nicht übereinander, da  $C_P$  im Windkanal gemessen wurde, bei der UBEM jedoch  $C_{P_{min}}$  als Ausgangsgröße bestimmt wird und sich nicht vorgeben lässt. Deshalb wurde aus den berechneten Daten ein auf einem großen Teil der  $J-C_P$  Ebene definiertes Kennfeld erstellt und daraus wurden die Effizienzwerte  $\eta$  an den  $J-C_P$  Koordinaten der Windkanalmessungen abgelesen. Diese Werte wurden von den Windkanalwerten abgezogen und die Differenz der Effizienz  $\Delta\eta$  betrachtet.

Dieses Vorgehen wurde für alle TP mit den jeweiligen Profildpolaren als Grundlage durchgeführt.



**Abbildung 6.3:** Effizienzzunterschied zwischen Berechnung und Messung

In Abbildung 6.3 wurden anschließend die Unterschiede  $\Delta\eta$  zwischen der gemessenen und der berechneten Effizienz

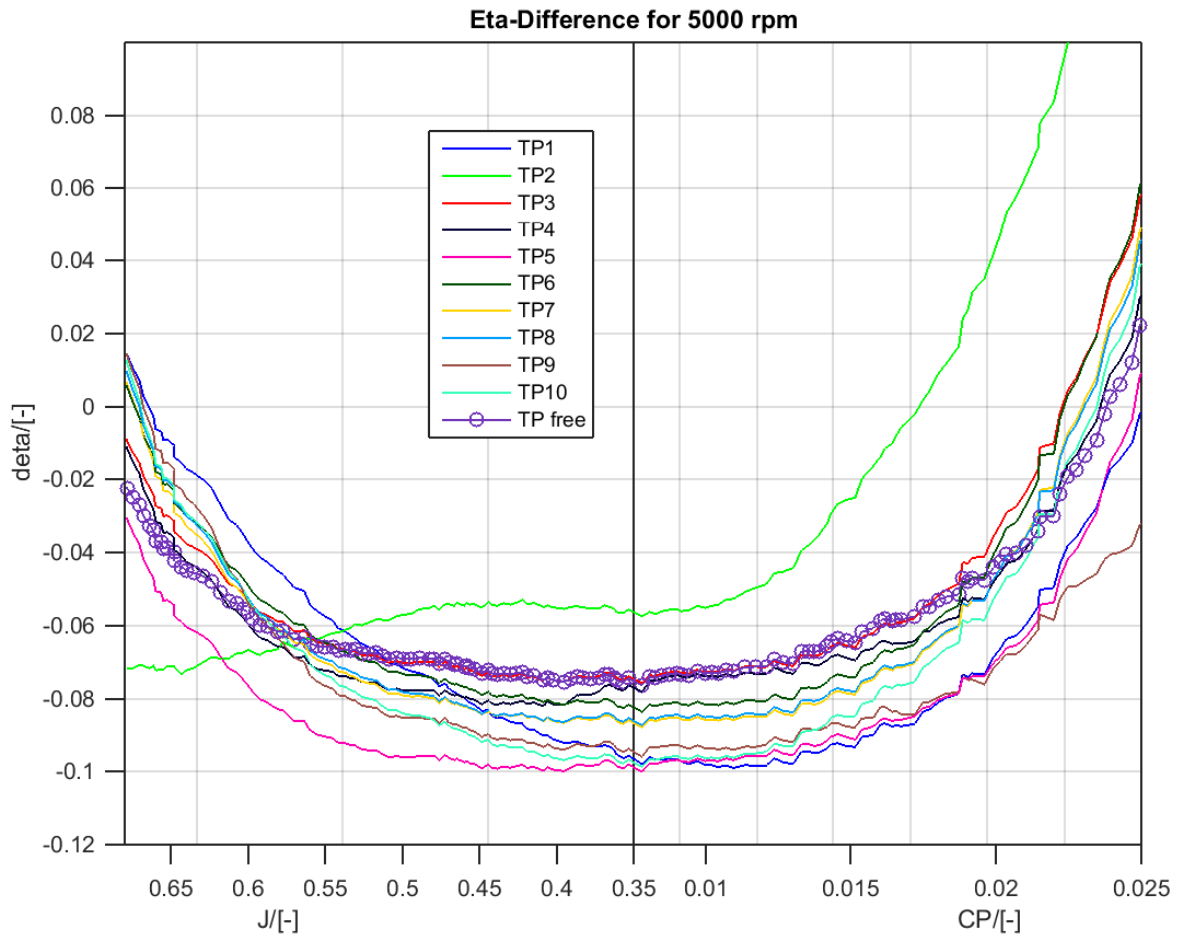
$$\Delta\eta = \eta_{\text{Windkanal}} - \eta_{\text{UBEM}} \quad (6.1.1)$$

für alle TP über  $J$  und  $C_P$  aufgetragen. Negatives  $\Delta\eta$  bedeutet eine größere berechnete Effizienz, positives  $\Delta\eta$  eine größere Effizienz bei den gemessenen Werten. Der Blickwinkel der Abbildung ist vom Ursprung aus diagonal über die  $J$ - $C_P$  Ebene gerichtet, um die Höhe der Werte  $\Delta\eta$  gut zu erkennen. Die Ergebnisse der Berechnungen mit festgelegten TP sind als schwarze Linien dargestellt. Zum Vergleich ist der Verlauf von  $\Delta\eta$  der Berechnung mit „free transition“ mit der Beschriftung „TP free“ lila eingezeichnet.

Alle Ergebnisse liegen in einem ähnlichen Bereich und zeigen im mittleren Teil des Diagramms einen zu den im Windkanal gemessenen Daten ähnlichen Verlauf. Alle

Berechnungen überschätzen die Effizienz des Rotors im mittleren Bereich um ca. 5 - 10%. Am Rand des Diagramms sind die Ergebnisse dieser Validierung nicht aussagekräftig, da die Windkanal-Daten an diesen Stellen von den erwartbaren Werten stark abweichen. Der zu erwartende Rückgang der Effizienz für kleine  $CP$  sowie kleine  $J$  zeigt sich lediglich in den berechneten Daten, was zu einem stark positiven  $\Delta\eta$  führt.

Zur genaueren Analyse wurde aus der Abbildung 6.3 ein Ausschnitt des mittleren Bereichs erstellt.



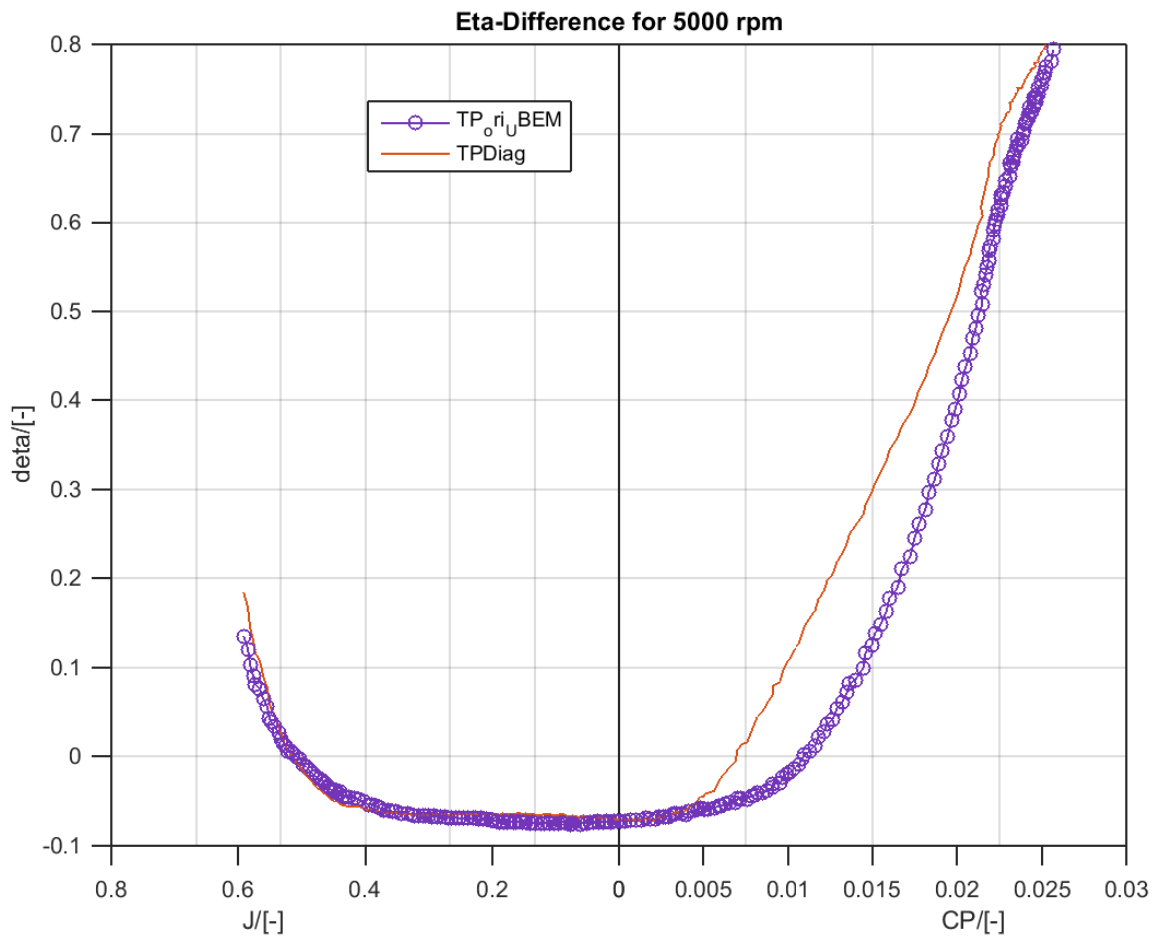
**Abbildung 6.4:** Windkanal Messdaten für 5000 rpm

Abbildung 6.4 zeigt die Ergebnisse der Berechnungen mit unterschiedlichen, festgelegten TP farblich markiert. Dazu ist wieder die Berechnung der „free transition“ lila dargestellt.

Aus der Reihenfolge der Linien in der Abbildung lässt sich keine Tendenz erkennen, bei der sich die resultierende Effizienz mit steigendem TP verschiebt. Die auf Grundlage

des Transitionspunktes 2 berechneten Werte, bei einem turbulenten Strömungsumschlag nach 4% der Profiltiefe, liefert die beste Annäherung an die Windkanal-Daten. Allein aus dieser Information lässt sich allerdings keine Regel ableiten. Von TP 2 abgesehen liefert die Berechnung mit „free transition“ die beste Annäherung, die anderen Linien folgen keinem Muster.

Die Wahl eines festen TP für den ganzen Rotor erzeugt zwangsweise einen Fehleranteil bei der Berechnung: Die tatsächliche Verteilung des TP auf einem Rotorblatt ist abhängig von der lokalen Anströmungsgeschwindigkeit und ändert sich deshalb vermutlich quadratisch mit dem Radius. Im inneren Bereich nahe der Rotornabe wird ein großer Teil der Profile hauptsächlich laminar überströmt, im äußeren Bereich an der Blattspitze herrscht turbulente Strömung vor.

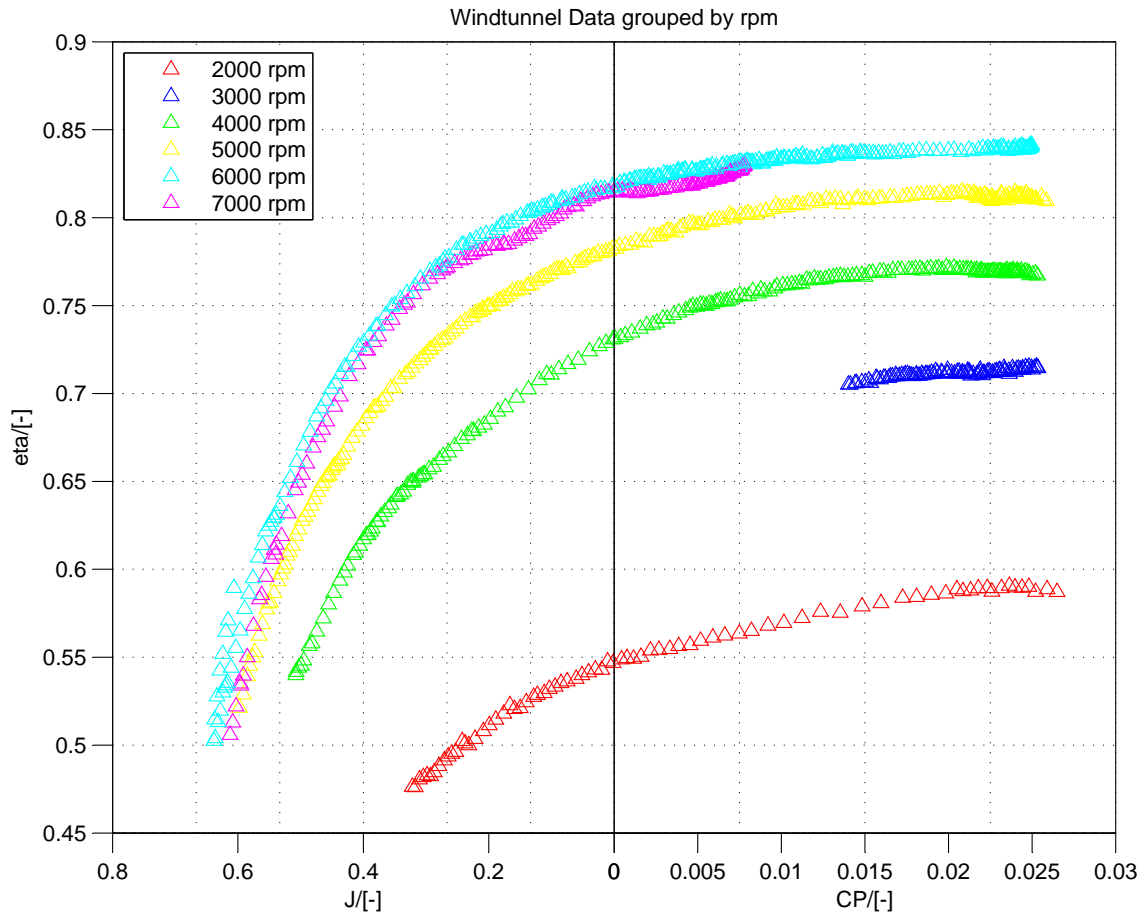


**Abbildung 6.5:** Windkanal Messdaten für 5000 rpm

Zur Untersuchung der Vermutung, dass „free transition“ diesen Verlauf abbildet und somit die beste Wahl für zukünftige Profilpolaren-Berechnungen ist, wurden die Daten

mit einem diagonalen Verlauf des TP berechnet und mit „free transition“ verglichen.

Wie in Abbildung 6.5 erkennbar, folgen die Ergebnisse für eine diagonale TP-Verteilung stark der „free transition“. Daraus lässt sich schließen, dass die Wahl von „free transition“ bei der Berechnung der Profilpolaren die tatsächlichen Verhältnisse auf dem Rotorblatt sehr gut annähert. Da der exakte Verlauf des TP auf den Blättern von den jeweiligen Anwendungsfällen abhängig ist, die Profilpolaren aber allgemeingültig sein sollen, sollte „free transition“ für zukünftige Berechnungen verwendet werden.

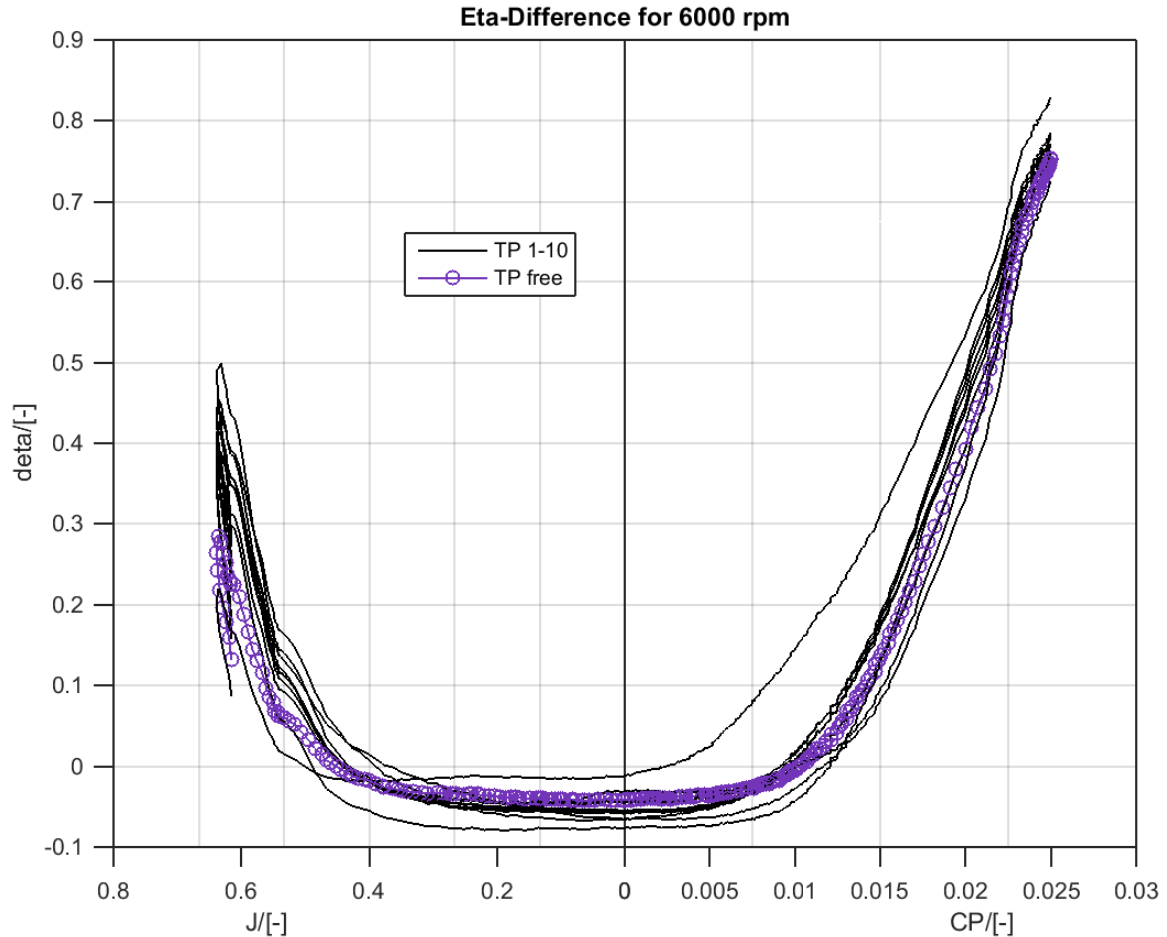


**Abbildung 6.6:** Verteilung der Windkanal-Messdaten gruppiert nach Drehzahl

Diese Beobachtungen wurden überprüft, indem dieselben Betrachtungen für die Rotationsgeschwindigkeiten 4000, 6000 und 7000 rpm durchgeführt wurden. Niedrigere Drehgeschwindigkeiten wurden nicht betrachtet, da Abbildung 6.6 zeigt, dass die Messdaten für niedrigere Geschwindigkeiten keine belastbaren Werte aufweisen.

Für die dunkelblau dargestellten Messwerte bei 3000 rpm sind nur sehr wenige Datenpunkte vorhanden. Diese liegen außerdem bei  $\eta \sim 72\%$ , wobei für Propeller Effizienzwerte

von  $\eta \sim 85\%$  zu erwarten sind. Die rot dargestellten Messpunkte für 2000 rpm liegen noch niedriger und werden deshalb ebenfalls nicht einzeln betrachtet.



**Abbildung 6.7:** Windkanal Messdaten für 6000 rpm

Für 6000 rpm zeigen die Daten wie in Abbildung 6.7 erkennbar ein zu 5000 rpm ähnliches Bild. Ein Unterschied ist die geringere Abweichung von ca. 4 - 7% der Linien. Auch weiterhin bilden die Ergebnisse der Performanceanalyse für die „free transition“ die Windkanaldaten am besten ab.

Ein vergleichbares Bild ergibt sich für 4000 bzw. 7000 rpm.

Aus diesen Beobachtungen lässt sich für zukünftige Berechnungen mit XFOIL ableiten, dass die Berechnung der Profilpolaren bei Einstellung der „free transition“ die besten Ergebnisse liefert.

Die in diesem Abschnitt gezeigte Varianz der Berechnungsergebnisse zeigt außerdem, dass die Ergebnisse der Methode UBEM sehr stark von der Qualität der Profilpolaren

abhängig sind. Wann immer möglich, sollten validierte Polaren beispielsweise aus der UIUC-Datenbank verwendet werden.

### 6.1.2 Validierung mit Hilfe eines weiteren Kennfeldes

Zur Absicherung der bisherigen Erkenntnisse wurde ein weiteres Kennfeld geprüft, weil die bisher verwendeten Windkanaldaten qualitativ schwer überprüfbar und wenig vertrauenswürdig waren: Gerade im Randbereich des Kennfeldes bei geringen Fortschrittsgraden  $J$  bzw. bei geringen  $CP$  und bei geringen  $rpm$  unterscheiden sich die erwartbaren und gemessenen Werte teilweise erheblich.

Der Propeller, an dem das neue Kennfeld gemessen wurde, ist an beiden Turboprop-Triebwerken der in Abbildung 6.8 gezeigten DO-128-6 mit der Kennung D-IBUF montiert.

Dieses Flugzeug ist seit 1987 im Besitz der TU Braunschweig und wird vom Institut für Flugführung als Forschungsflugzeug eingesetzt. [8]



**Abbildung 6.8:** Forschungsflugzeug der TU Braunschweig: Do-128-6 [8]

Um Daten zum Vergleich mit dem vorliegenden Kennfeld der Do-128-6 zu erzeugen, muss die Propellergeometrie in SARF abgebildet werden. Da die Geometrie der Propellerblätter unbekannt war, musste diese vor Ort gescannt und aus dem Scan extrahiert werden.

### 6.1.2.1 Anforderungen und Vorbereitung des Geometrie-Scans

Zur Erfassung der Propellergeometrie wird der in [21, S. 39] beschriebene 3D-Scanner verwendet. Dieser ist ein tragbares Koordinatenmessgerät, zusammengesetzt aus einem „Faro Platinum measurement arm“ und dem Aufsatz „Nikon ModelMaker D“ für den kontaktlosen Scan (siehe Abb. 6.9). Damit lässt sich ein Objekt innerhalb des Arbeitsraums scannen und als 3D-Objekt speichern.

Der Faro-Arm besteht aus einer Sockelplatte mit einem darauf montierten Sockel, einem Arm mit 7 Freiheitsgraden und einer Montageeinrichtung für den ModelMaker. Der ModelMaker wird auf das Zielobjekt gerichtet und erfasst dessen Geometrie mit Hilfe eines Lasers und einer Kamera. Dabei wird eine Punktwolke von der gescannten Oberfläche erzeugt.

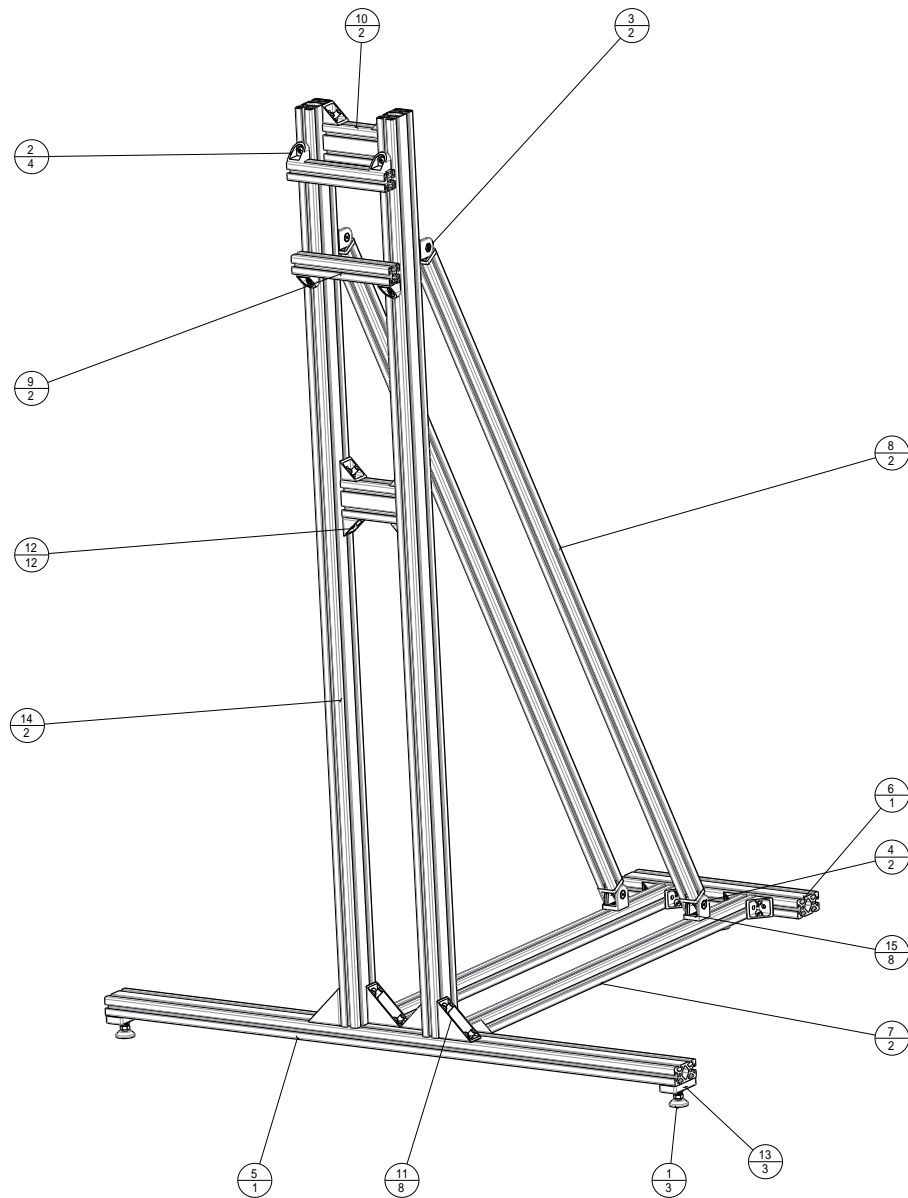


**Abbildung 6.9:** Faro-Arm

Für den Scan eines fest am Flugzeug montierten Propellers muss der Faro-Arm an eine sehr stabile Halterung (Stativ) montiert werden, da jegliche Vibration zu einem verfälschten Scan führt. Diese Halterung muss eine relativ hohe Befestigung des Faro-Arms ermöglichen, da die Länge des Arms begrenzt ist und der am Flugzeug montierte Propeller komplett erfasst werden muss. Die Nabenhöhe des Propellers der DO-128-6 beträgt 2,3 m, ein Rotorblatt ist 1,3 m lang: die Sockelplatte muss also für den Scan eines nach unten gerichteten Rotorblattes etwa auf Höhe der Blattmitte (ca. 1,65 m) fixiert werden.

Für diese Anforderungen wurde das in Abbildung 6.10 dargestellte Stativ konstruiert. Das Stativ ist aus ITEM-Systembaukasten-Profilen zusammengebaut. Vorne oben wird die Sockelplatte des Scannerarms auf die beiden in der Höhe variablen Querstreben montiert und bildet so eine einstellbare Basis für den Scan. Die Querstreben unten bilden eine stabile Bodenplatte, die durch Gewichte beschwert werden kann und so zusätzlich Stabilität gewinnt. Durch die Verwendung der Item-Profile ist das Stativ schnell zerlegbar und kann leicht transportiert werden.

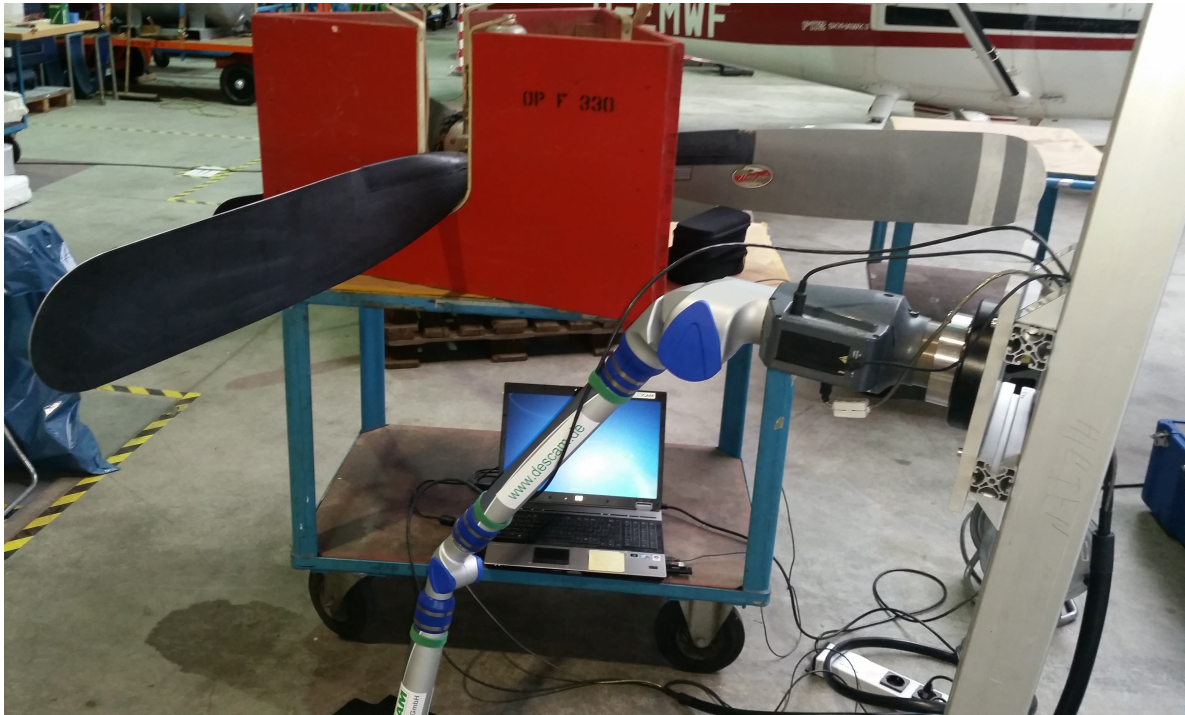




**Abbildung 6.10:** Konstruktionszeichnung Stativ (Auszug). Von M. Neves (DLR-SR-FLS)

### 6.1.2.2 Durchführung des Scans

Wider Erwarten war es möglich, den Propeller der DO-128-6 im unmontierten Zustand zu scannen. Der Propeller war in einer speziellen Vorrichtung auf einem Tisch so gelagert, dass ein Blatt seitlich über die Tischkante hinaus ragte. Da das Stativ höhenverstellbar konstruiert wurde, konnte es auch für diesen Scanvorgang verwendet werden.



**Abbildung 6.11:** Aufbau des Scanners vor dem Propeller

Abbildung 6.11 zeigt den Aufbau des Scanners vor dem Propeller. Das Stativ wurde neben dem Propeller platziert und die Sockelplatte des Armes an den beiden Querstreben montiert. Der Sockel wurde auf die Höhe des Propellerblattes eingestellt, um dem Faro-Arm die für die Vermessung beider Blattseiten erforderlichen räumlichen Freiheitsgrade zu gewähren. Der Scanvorgang konnte durch die geringere Arbeitshöhe deutlich einfacher als am montierten Propeller durchgeführt werden.

Die rote Platte an der Seite der Lagervorrichtung limitierte das scanbare Blatt an dieser Position, allerdings ist bei einem normalen Flug das Zentrum des Propellers von der Nabenverkleidung abgedeckt. Die Messung beginnt bei einem minimalen Radius von 24 cm. Da der Nabenradius bei 30cm liegt, waren somit nur von der Nabenverkleidung verdeckte Teile des Propellers nicht scanbar.

Während des Scans konnte direkt am Laptopbildschirm der Scanfortschritt abgelesen und

kontrolliert werden: siehe Abb. 6.12. Dort ist auch ersichtlich, dass die Reichweite des Armes ausreichend war, um beide Blattseiten ohne Bewegung des Stativs zu scannen.



**Abbildung 6.12:** Scanvorgang mit dem Faro-Arm

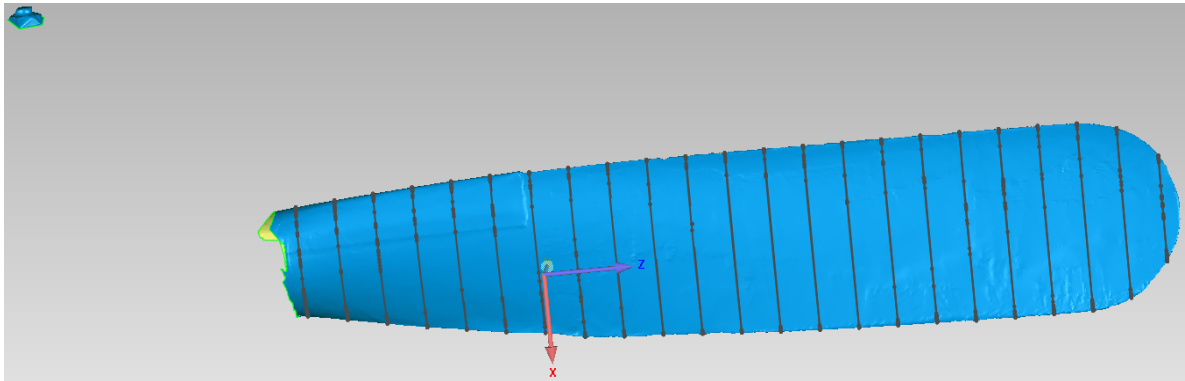
Es wurden zwei Scans des ganzen Blattes angefertigt - ein sehr genauer und ein größerer. Weiterverarbeitet wurde der genauere Scan.

### 6.1.2.3 Extrahierung der Profilgeometrie

Zur Verarbeitung wurde die Punktwolke in ein Mesh verwandelt und in Geomagic importiert. Mit diesem Programm wurden Ungenauigkeiten der Geometrie bereinigt und verbleibende Darstellungsfehler des Scans ausgebessert.

Wie in Abbildung 6.13 sichtbar, wurde der Scan außerdem so gedreht, dass die Z-Achse in radialer Richtung liegt. Ebenfalls erkennbar ist links oben ein kleines Objekt. Dieses Objekt ist ein Scan des Propellermittelpunktes, um so später alle Größenverhältnisse und Maße aus dem 3D-File lesen zu können. Anschließend wurden die als graue Kurven erkennbaren 23 Profilschnitte über parallel zur X-Y-Ebene liegende Schnittebenen eingefügt und der Profilrand, die Schnittkurve zwischen dem Blatt und den Ebenen, exportiert.

Der Export erfolgte in eine Wavefront-OBJ-Datei, da so eine Liste von Koordinatenpunkten entlang des Profilrandes direkt auslesbar war. Dabei sind alle Stützpunkte der



**Abbildung 6.13:** Polygonmesh des gescannten Propellerblattes

exportierten Spline-Kurve untereinander aufgelistet. Die verschiedenen Profilkurven sind durch eine Zeile getrennt.

Die Weiterverarbeitung erfolgt zuerst mit dem Software-Werkzeug Notepad++ und anschließend mit MATLAB. Zuerst werden alle Koordinaten gleichzeitig verarbeitet und anschließend über die pro Schnitt unterschiedliche Z-Koordinate in einzelne Profilschnitte aufgespalten.

Nach der Verarbeitung mit MATLAB wurden alle Profilschnitte mit dem Programm XFLR5 [6] weiterbearbeitet. XFLR5 ist ein Programm, mit dem Profile speziell für die Verwendung in XFOIL präpariert werden können.

Für die Verwendbarkeit in XFOIL müssen die Schnitte folgende Kriterien erfüllen:

### **2D-Koordinaten:**

Die resultierende Ascii-Datei mit den Profilkordinaten darf nur zweidimensional sein. Diese Vorgabe wurde bereits in Geomagic durch die Ausrichtung des Propellerblattes vorbereitet. Bei der Verarbeitung mit MATLAB konnte so die Z-Koordinate von den X- und Y-Koordinaten ohne Transformation getrennt werden.

### **Koordinaten-Reihenfolge:**

Von oben nach unten müssen die Koordinaten der Profilschnitte an der Hinterkante beginnen und in einer Richtung um das Profil laufen. Durch entsprechende Sortierung wurden die ursprünglichen Koordinaten-Listen in diese Form überführt.

### Profilnormierung:

Die Hinterkante des Profils muss auf den Koordinaten  $[0, 1]$  liegen. Die Sehnenlänge muss 1 betragen. Diese Anforderung wurde ebenfalls mit MATLAB sichergestellt.

### Anzahl der Punkte:

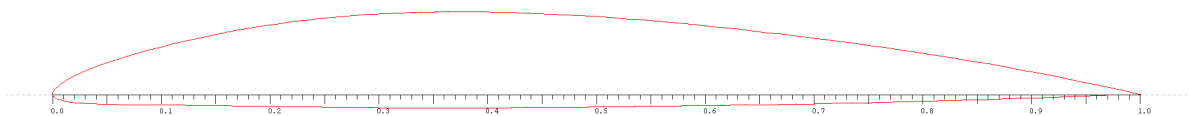
Für die Berechnung mit XFOIL darf ein Profil maximal durch 1000 Punkte definiert sein. Für die Verarbeitung mit XFLR5 dürfen nur 300 Punkte vorhanden sein. Beim Export aus Geomagic lässt sich die Anzahl der Punkte nicht exakt bestimmen. Bei den verwendeten Einstellungen wurden die Schnitte mit ca. 400 - 1800 Punkten exportiert. Mit MATLAB wurde deshalb die Anzahl der Punkte entsprechend verringert. Da die Profile mit XFLR5 nachbearbeitet werden mussten, wurde die Anzahl der Punkte schrittweise bis auf unter 300 Punkte verringert. Betrachtet wurde jeweils der Abstand zwischen benachbarten Punkten. Unterschritt dieser Abstand eine festgelegte Schwelle, wurde einer der beiden Punkte gelöscht. Falls nach dem Löschen aller so gefundenen Punkte noch zu viele Einträge vorhanden waren, wurde die Schwelle erhöht und erneut mit dem Abstand aller Punkte verglichen.

### Profilrotation:

Das Profil darf für die Berechnung mit XFOIL keinen Anstellwinkel aufweisen. Die Vorderkante muss also auf dem Punkt  $[0, 0]$  liegen. Die Derotation der Profile wurde mit XFLR5 durchgeführt.

### Profilglättung:

Die Konvergenz der Polarenberechnung mit XFOIL hängt sehr stark von der Qualität des Profils ab. Deshalb muss das Profil geglättet werden, um kleine, durch den Scan verursachte Knicke und Unsauberkeiten zu beseitigen. Diese Glättung konnte mit XFLR5 durchgeführt werden.



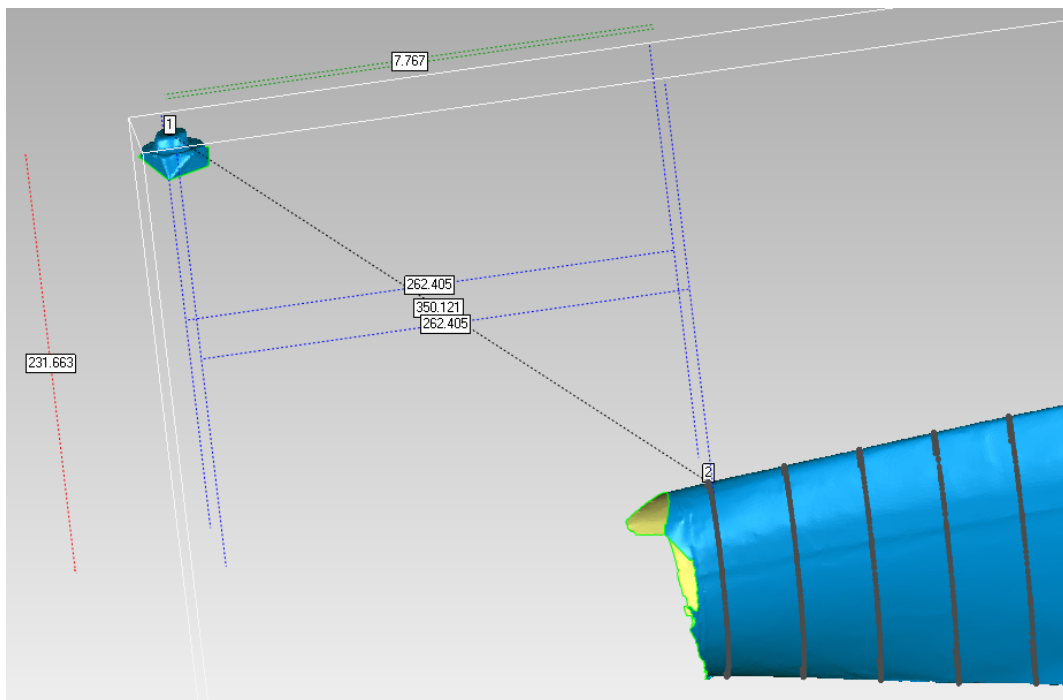
**Abbildung 6.14:** Nachbearbeiteter, exemplarischer Profilschnitt Nummer 10

Im Anschluss an die Extrahierung und nach der Erfüllung aller genannten Voraussetzungen können aus den Profilen mit XFOIL die Auftriebs- und Widerstandskurven berechnet werden. Abbildung 6.14 zeigt exemplarisch den komplett nachbearbeiteten



Profilschnitt Nummer 10. Erkennbar ist links die Vorderkante, rechts die Hinterkante und die Profelsehne als gepunktete Linie bzw. als Lineal in der Mitte. Die Koordinatenpunkte, die das Profil definieren, werden durch die Glättung mit XF<sub>LR</sub>5 automatisch an der Vorder- und Hinterkante angehäuft, da dort die Krümmung der Profilkurve am größten ist.

#### 6.1.2.4 Vorbereitung der Berechnung



**Abbildung 6.15:** Basisreferenzierung der gescannten Geometrie (Blatt - Nabenmitte)

Abbildung 6.15 zeigt die Bemaßung vom Zentrum des Propellers bis zum ersten Profilschnitt. Die exportierten Schnitte wurden ab einem Radius von 26,24 cm mit einem Abstand von 4,08 cm erzeugt. Der erste Profilschnitt muss also bei einer Berechnung nicht berücksichtigt werden, da er innerhalb der Nabe liegt. Der zweite Profilschnitt liegt mit einem Radius von 30,32 cm gerade noch außerhalb der Nabe. Der äußerste Schnitt liegt 2 cm innerhalb des Propellerradius  $R$ . Damit ist auch die Verjüngung am Ende des Blattes gut in den Profilschnitten abgebildet.

Aus den fertig verarbeiteten Profilschnitten wurden mit XF<sub>oil</sub> nach der in Kapitel 4.2 beschriebenen Methode Profilpolaren berechnet. Dazu wurden die Ergebnisse des Transitionsunkt-Vergleichs aus Kapitel 6.1.1 berücksichtigt und nur für die Einstellung der „free transition“ Polaren berechnet.

Die Performanceanalyse wurde mit der Interpolation der Profilpolaren durch TPS durchgeführt. Dazu musste für jedes Profil ein guter Wert des Parameters  $\alpha_{TPS}$  bestimmt werden, da eine automatische Bestimmung eines optimalen  $\alpha_{TPS}$  noch nicht in der Methode enthalten ist. Der Prozess zur manuellen Bestimmung eines guten  $\alpha_{TPS}$ -Wertes erfolgte visuell und wird im Folgenden Abschnitt beschrieben:

### Bestimmung von $\alpha_{TPS}$

Bei der Interpolation mit TPS wird über die Parameter  $\alpha$ ,  $Re$  und  $Ma$  inter- bzw. extrapoliert, woraus sich  $C_L$  bzw.  $C_D$  ergeben. Die von dieser Datengrundlage gebildete und von der TPS-Funktionalität verwendete Interpolationsfläche über einen  $C_x$ -Wert (Auftriebs- bzw. Widerstandsbeiwert) erstreckt sich über die 4 Dimensionen  $[\alpha, Re, Ma, C_x]$  und kann nicht in einem Plot dargestellt werden, da maximal 3 Dimensionen betrachtet werden können. Daher wurde eine Dimension (die Machzahl) diskretisiert und die daraus resultierenden  $\alpha$ - $Re$ - $C_x$ -Flächen aller Machzahlen wurden jeweils in einer Farbe dargestellt und im dreidimensionalen Raum geplottet. Dies führt zu mehreren, sich teils überschneidenden Flächen je gleicher Machzahl. Zusätzlich wurden die Höhenlinien der jeweiligen Fläche in derselben Farbe dargestellt.

Die Optimierung von  $\alpha_{TPS}$  erfolgt nach den beiden bereits im Abschnitt 4.1.3 erwähnten Kriterien:

- Die Interpolationsfläche soll möglichst glatt und stetig sein.
- Die Interpolationsfläche soll die Datenpunkte möglichst exakt annähern.

Das erste Kriterium ist Voraussetzung für eine belastbare Inter- bzw. Extrapolation. Je glatter und stetiger eine aus Datenpunkten gebildete Fläche ist, desto besser sind die Ergebnisse einer Inter- bzw. Extrapolation zwischen diesen Datenpunkten. Das zweite Kriterium ist wichtig, um den durch die bei dem Prozess auftretende Abweichung möglichst gering zu halten.

Zwischen diesen Kriterien muss mit der Wahl von  $\alpha_{TPS}$  ein guter Kompromiss gefunden werden. Zusätzlich muss zwischen der Qualität der Annäherung bei  $C_L$  und  $C_D$  abgewogen werden, da in der aktuellen Implementierung nur ein  $\alpha_{TPS}$  gewählt werden kann.

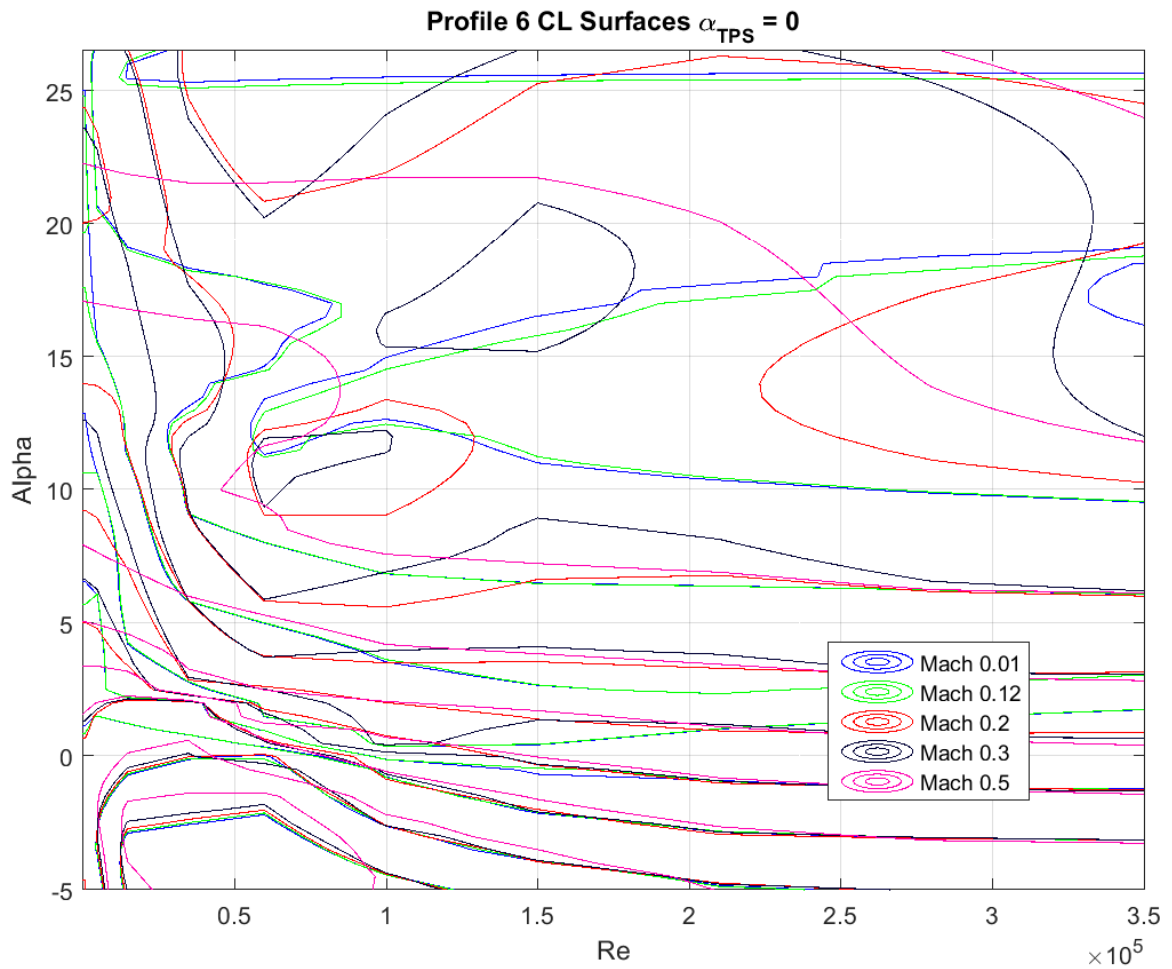
Die beiden Abbildungen 6.16 und 6.17 zeigen beispielhaft an Profil Nummer 6 den Einfluss des Parameters  $\alpha_{TPS}$  auf die Interpolation.

Zur besseren Übersichtlichkeit sind in den Abbildungen lediglich die Höhenlinien der Flächen in einem zweidimensionalen  $Re$ - $\alpha$  Diagramm dargestellt. Diese Höhenlinien zeigen den Verlauf der  $\alpha$ - $Re$ - $C_x$ -Flächen für verschiedene Machzahlen, wobei Linien gleicher Farbe zu der Fläche der jeweiligen Machzahl gehören.

Je geringer die lokale Krümmung der Höhenlinien ist, desto glatter ist die zugehörige Fläche. Ein Knick in einer Höhenlinie bedeutet eine senkrecht zur Höhenlinie verlaufende

scharfe Kante der Fläche. Die Richtung der lokalen Steigung der Fläche liegt stets senkrecht zur Höhenlinie. Außerdem kann aus dem Abstand zweier Höhenlinien der Betrag der Steigung gelesen werden. Ändert sich der Abstand der Höhenlinien stark, ändert sich demnach auch die Steigung der Fläche stark, die Fläche tendiert also zu Unstetigkeiten.

Zur genauen Analyse muss in einem ersten Schritt jeweils das sich aus den Höhenlinien einer Farbe ergebende Bild betrachtet werden, um den Einfluss der Parameter  $\alpha$  und  $Re$  auf den  $C_x$ -Wert zu sehen. In einem zweiten Schritt werden die Verläufe der unterschiedlichen Flächen miteinander verglichen, um den Einfluss der Machzahl abzuschätzen.



**Abbildung 6.16:** 3D-Darstellung der Interpolationsflächen für  $\alpha_{TPS} = 0$

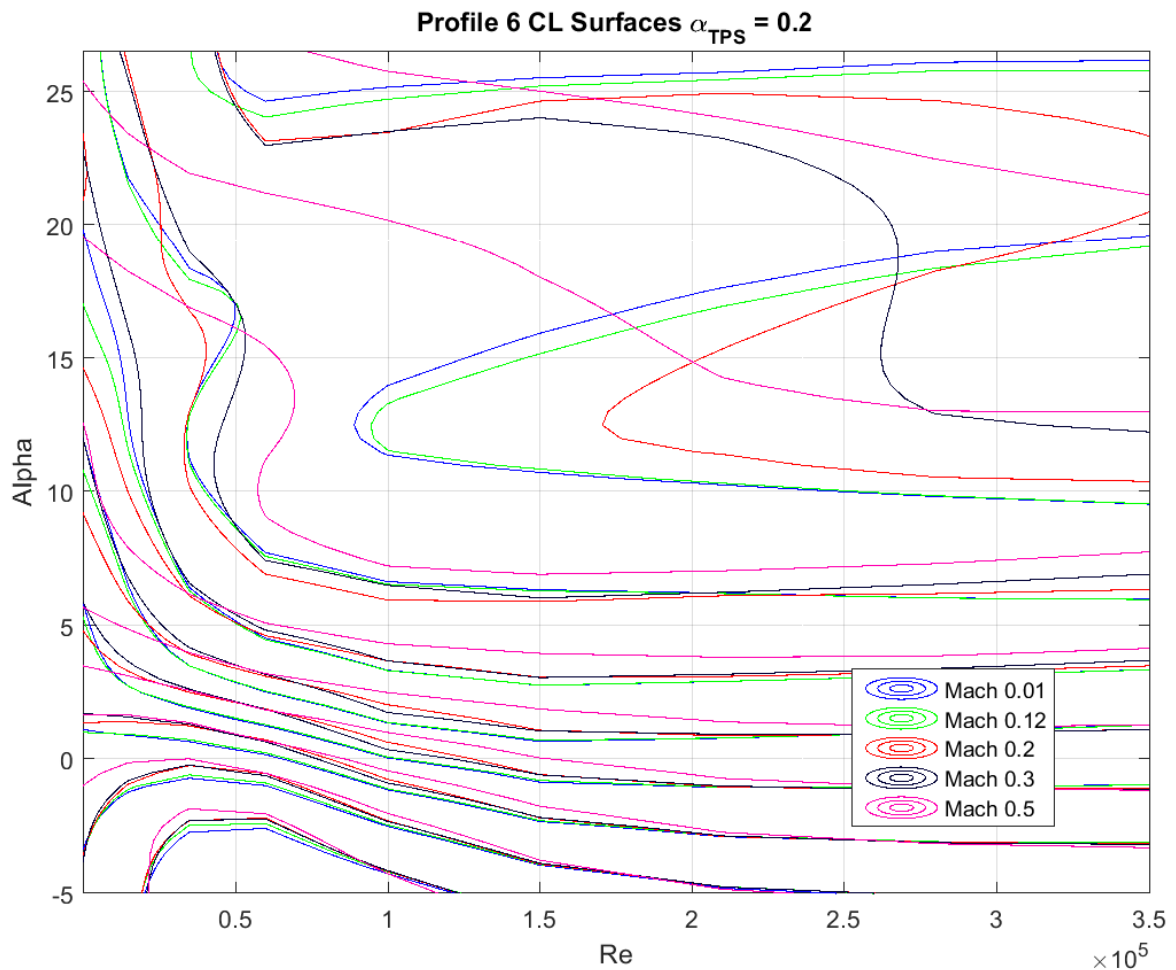
Die Abbildung 6.16 zeigt die Flächen für den Fall  $\alpha_{TPS} = 0$ .



Wie oben beschrieben werden zuerst jeweils Höhenlinien einer Farbe analysiert. Vor allem im linken Bereich kann man deutliche Knicke und starke Änderungen der Krümmung der Höhenlinien erkennen. Folgt man dem Verlauf zweier benachbarter Höhenlinien, ändert sich der Abstand zueinander teils abrupt und stark. Dies lässt auf tendenziell unstete und wenig glatte Flächen schließen.

Werden nun mehrere, durch unterschiedliche Farben dargestellte Flächen miteinander verglichen, ergibt sich auch kein gutes Ergebnis. Ein gutes Bild ergäbe sich, wenn die Farbfolge der einzelnen Höhenlinien stets gleich wäre, sich die Flächen also nur wenig überschneiden.

Aus diesen Betrachtungen folgt, dass für dieses Profil ein anderer Wert für  $\alpha_{TPS}$  gewählt werden soll. Nach Prüfung mehrerer Alternativen wurde für dieses Profil  $\alpha_{TPS} = 0.2$  gewählt, wodurch sich das in Abbildung 6.17 dargestellte, deutlich ruhigere Bild ergibt.



**Abbildung 6.17:** 3D-Darstellung der Interpolationsflächen für  $\alpha_{TPS} = 0.2$

Die Anzahl der Knicke in den Höhenlinien ist deutlich geringer. Auch ist nun zwischen den verschiedenen Flächen ein konsistentes Bild erkennbar. Für diesen Fall kann auch bei einer Extrapolation der Daten mit einem brauchbaren Ergebnis gerechnet werden.

Die in der vorherigen Abbildung erkennbaren lokalen Maxima der Flächen für  $Ma = 0.2$  und  $Ma = 0.3$  sind nicht mehr sichtbar. Dies deutet darauf hin, dass  $\alpha_{TPS}$  nicht höher gewählt werden sollte, da sonst der Grad der Annäherung an die tatsächlichen Datenpunkte zu gering wäre.

Die Abbildungen 6.18 und 6.19 zeigen eine Seitenansicht der Interpolationsflächen des Auftriebsbeiwertes ohne Darstellung der Höhenlinien. Zusätzlich wurden die tatsächlich vorhandenen Datenpunkte, auf deren Grundlage die Flächen erzeugt wurden, dargestellt. Damit kann vor allem das zweite Qualitätskriterium der möglichst exakten Annäherung an die Datenpunkte überprüft werden.

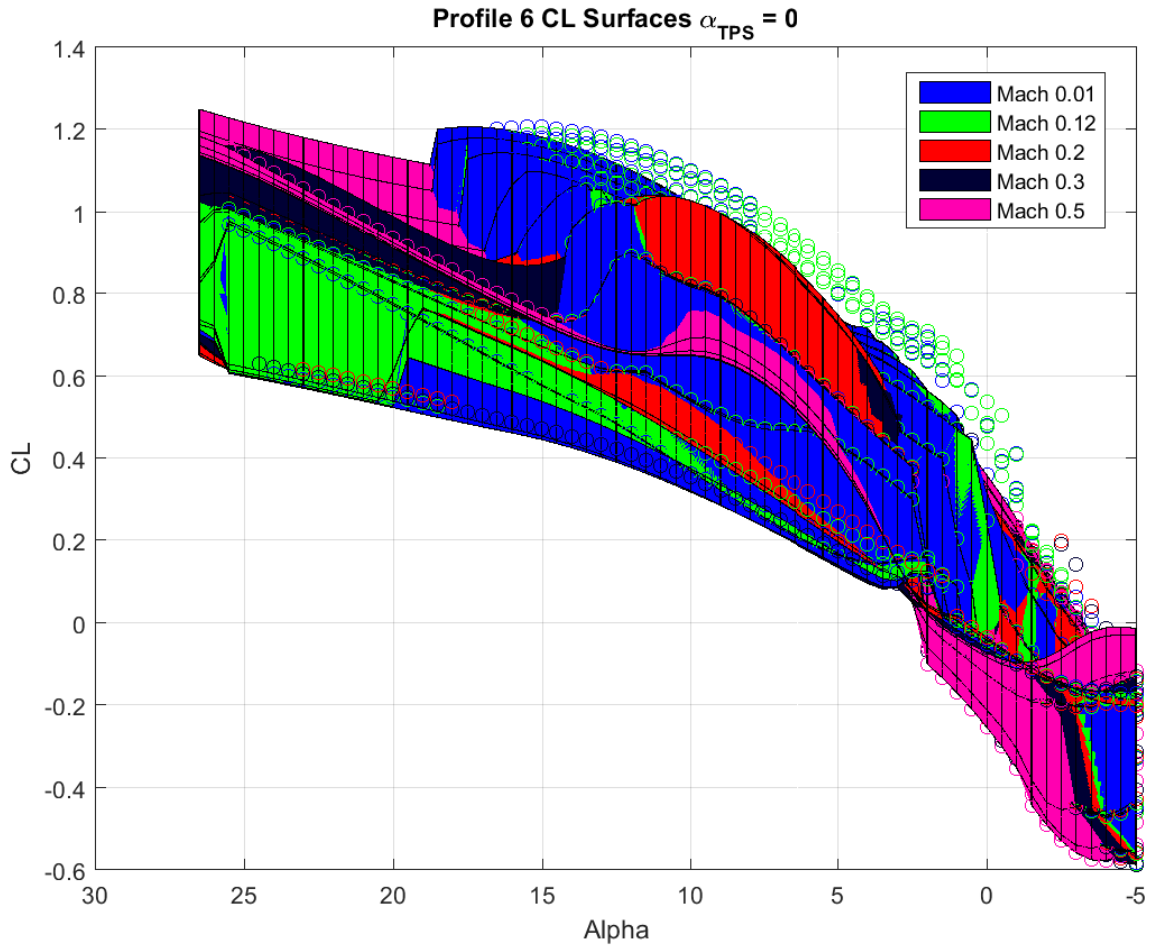


Abbildung 6.18:  $\alpha_{TPS} = 0$

Abbildung 6.18 zeigt den Fall  $\alpha_{TPS} = 0$ . Vor allem bei der blau dargestellten Fläche für  $Ma = 0.01$  ist im oberen Bereich eine große Unstetigkeit zu erkennen, da für  $\alpha_{TPS} = 0$  alle, auch verstreute Datenpunkte exakt von der Fläche abgebildet werden. Auch die anderen Flächen sind wenig glatt und zeigen deutliche Unstetigkeiten. Würde mit diesen Flächen im Bereich der Unstetigkeiten ein  $C_L$  aus den Daten gelesen werden, würde sich das Resultat bei einer kleinen Änderung der vorgegebenen Werte von  $\alpha$ ,  $Re$  und  $Ma$  teils stark unterscheiden.

Da die UBEM sehr sensibel auf die Qualität der Profilpolaren reagiert, ist damit kein korrektes Ergebnis der Performanceanalyse zu erwarten.

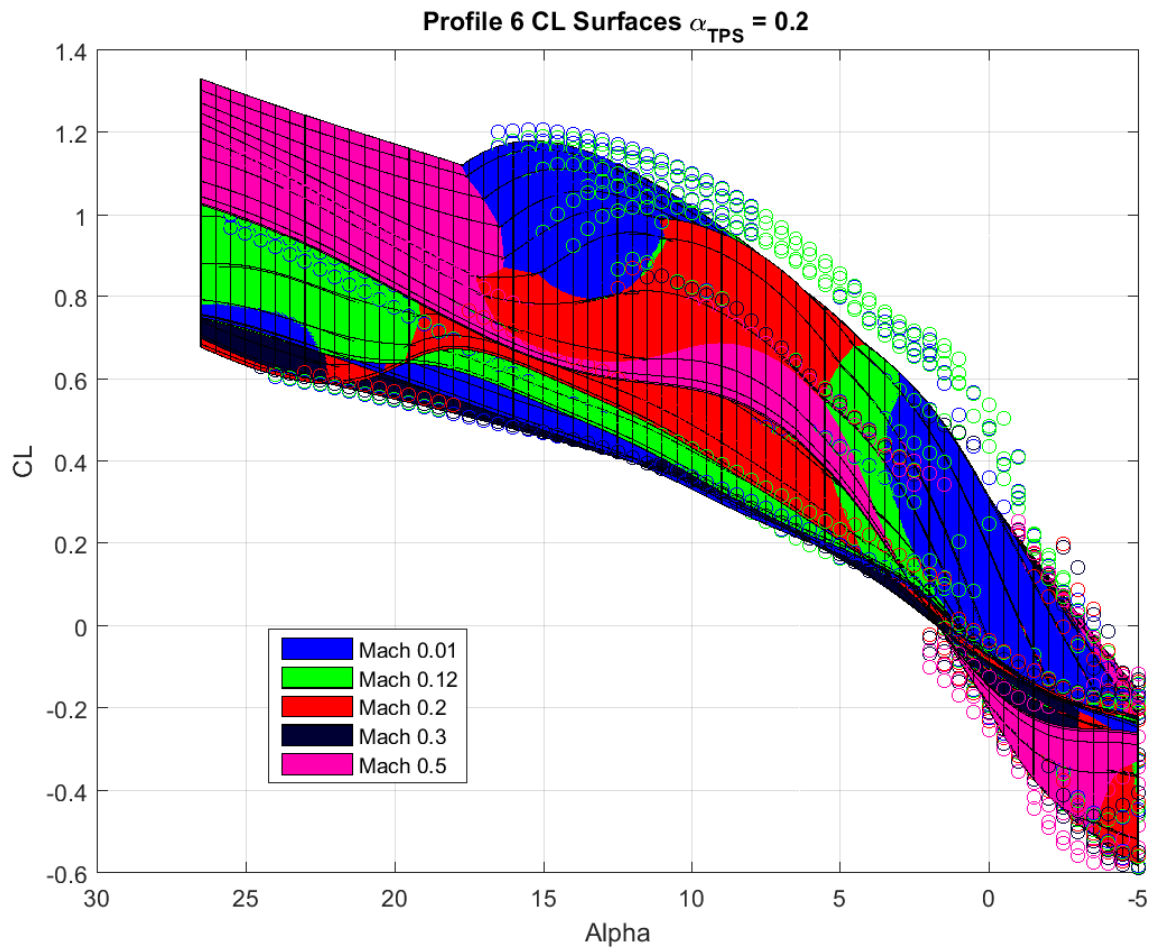


Abbildung 6.19:  $\alpha_{TPS} = 0.2$

Demgegenüber steht die Abbildung 6.19, die dieselben Flächen für  $\alpha_{TPS} = 0.2$  anzeigt. Die in der blauen Fläche vorhandenen Knicke und steilen Flanken sind deutlich flacher, sodass eine leichte Variation des Interpolationspunktes nun keine starken Veränderungen des resultierenden Wertes  $C_L$  hervorruft.

In dieser Ansicht ist sehr gut zu erkennen, dass die lokalen Maxima der blauen, grünen und roten Flächen trotzdem sehr gut abgebildet werden. Für ein noch größeres  $\alpha_{TPS}$  würde die Berücksichtigung dieser Phänomene nachlassen.

Diese Betrachtungen wurden an jedem Profil für verschiedene  $\alpha_{TPS}$  durchgeführt und damit für jedes Profil ein möglichst guter Wert ausgewählt und bei der Interpolation mit TPS individuell berücksichtigt. Damit kann das ein Kennfeld zur Validierung berechnet werden.

### 6.1.2.5 Kennfeldberechnung

Aus der Profilgeometrie wurde in SARF der Propeller nachgestellt und die Performance an während eines typischen Fluges erreichbaren Betriebspunkten berechnet. Nach dem Flughandbuch liegt die Stallgeschwindigkeit der Do128-6 bei  $V_{tas} = 55kt$ . Diese Geschwindigkeit wurde als Untergrenze der Untersuchung gewählt, da das Referenzkennfeld während des Fluges gemessen und überprüft wurde.

Die im vorherigen Abschnitt ausgewählten  $\alpha_{TPS_{opt}}$  wurden zur Interpolation mit TPS bei der Berechnung verwendet. Da  $\alpha_{TPS_{opt}}$  von dem jeweiligen Datensatz abhängig ist, wurden für jedes Profil unterschiedliche Werte verwendet.

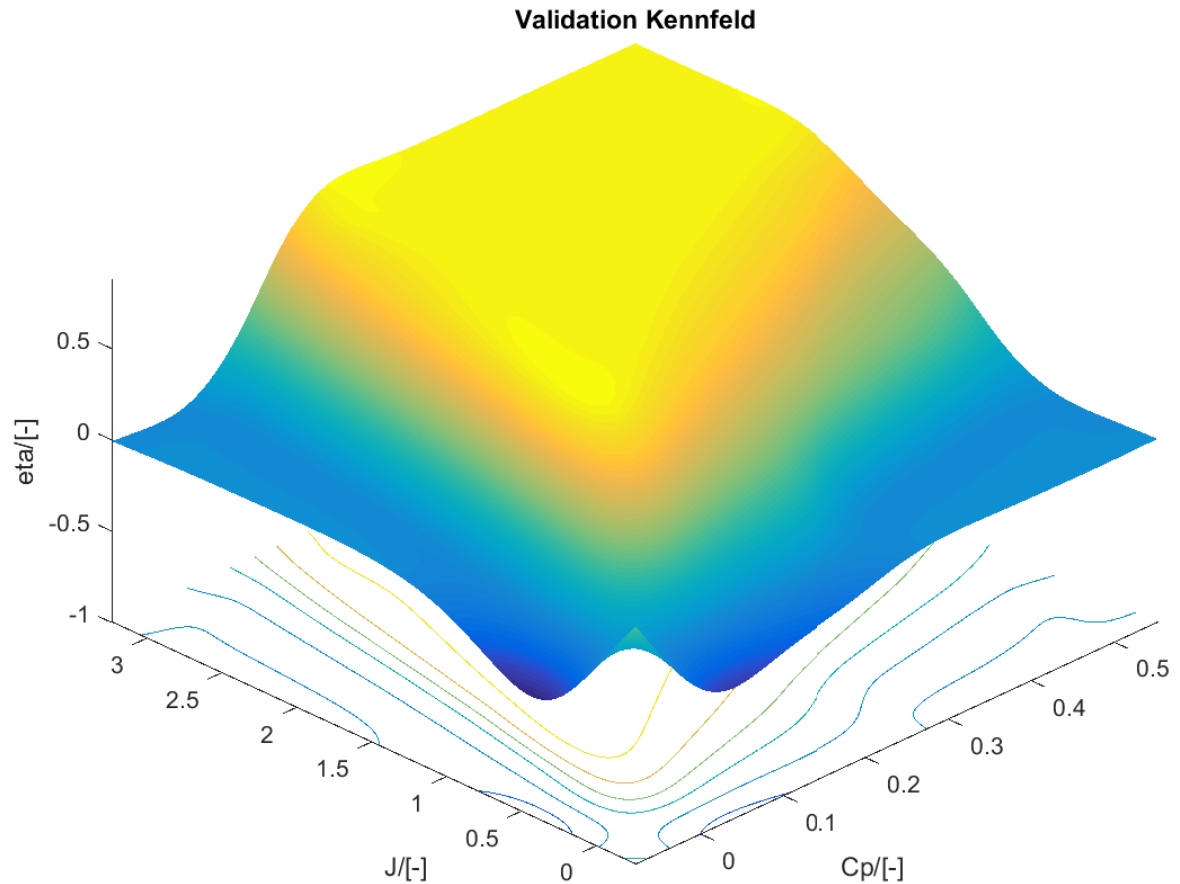
Das Referenzkennfeld besitzt Daten zwischen  $J = 0$  und  $J = 3$  sowie  $C_P = 0$  und  $C_P = 0.5$ .

Die Abbildung 6.20 zeigt eine 3D-Ansicht dieses Referenzkennfeldes. Zusätzlich ist eine Höhenlinienansicht des Referenzkennfeldes dargestellt. Gut zu erkennen ist der zu erwartende Rückgang der Effizienz  $\eta$  für gegen null gehende Fortschrittsgrade bzw. Leistungsbeiwerte. Das Plateau der Effizienz liegt bei ca. 85% Propellereffizienz.

Die Berechnungen zur Überprüfung von SARF wurden bis zu einem  $J = 2$  mit  $V_{tas} = 150 \frac{m}{s}$  durchgeführt.  $C_P$  kann dem System nicht vorgegeben werden: es wird im System automatisch auf einen optimalen Wert gesetzt.

Da der Propeller ein Verstellpropeller mit einstellbarem Blattwinkel  $\beta$  ist, musste zu jedem Betriebspunkt zusätzlich der Blattwinkel  $\beta$  variiert werden. Dazu wird ein Bereich von zu berechnenden Blattwinkeln definiert und für jeden Betriebspunkt die Performance berechnet. Das Referenzkennfeld wurde für eine konstante Drehzahl von 1900 rpm gemessen. Daher wurde diese Drehzahl auch für die Analyse verwendet.

Abbildung 6.21 zeigt die zur Validierung berechneten Betriebspunkte. Es liegen jeweils mehrere Punkte auf einer Linie mit  $J = const$ . Diese Linien stellen die Variation des



**Abbildung 6.20:** Referenzkennfeld des DO-128-6 Propellers

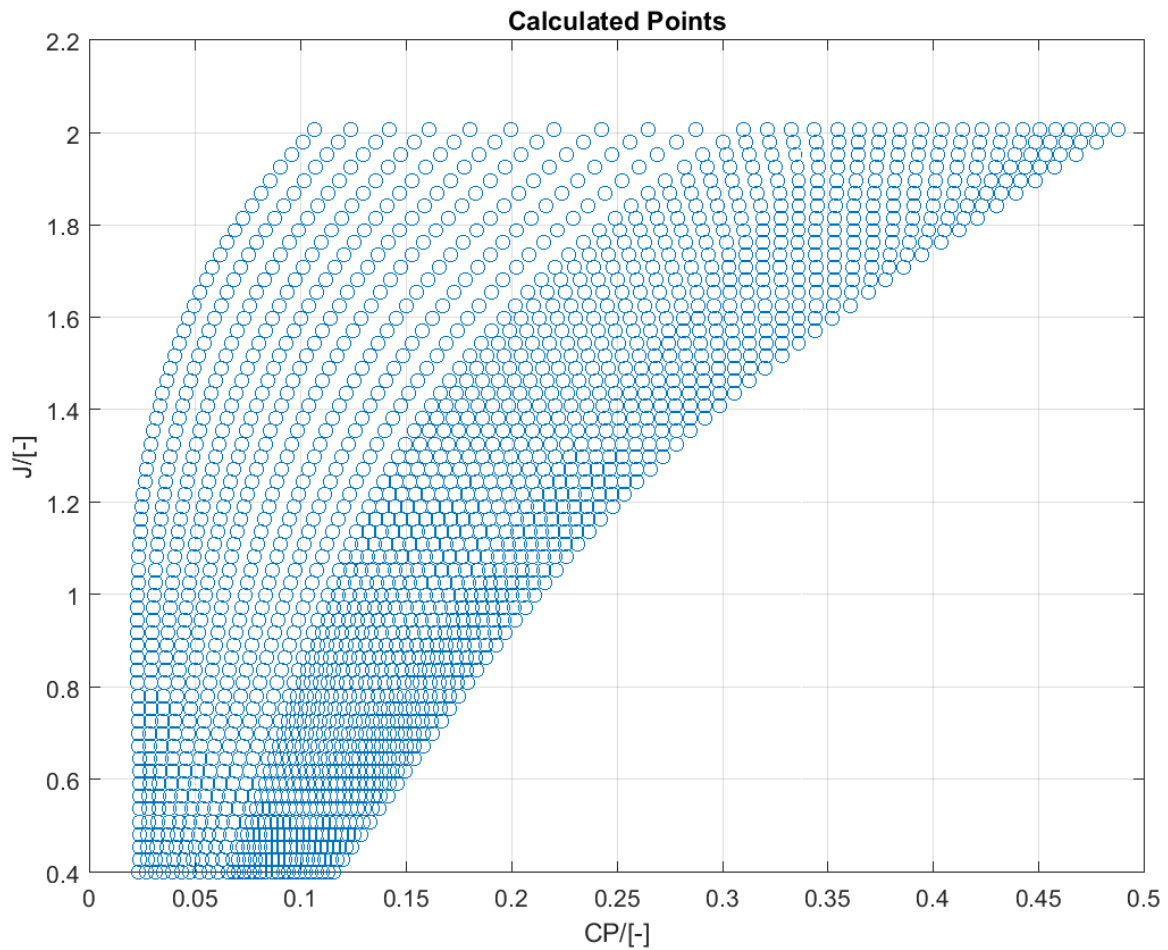
Blattwinkels dar. Mit steigendem Blattwinkel steigt der Widerstand des Propellers. Damit wird mehr Leistung für die Drehung des Propellers benötigt und  $C_P$  steigt.

Mit

$$J = \frac{V}{2 R r p s}$$

ist der Fortschrittsgrad  $J$  direkt von der Fluggeschwindigkeit abhängig und kann bei konstanter Drehzahl nur über diese verändert werden. Der Widerstand bei der Drehung ist proportional zum Quadrat der lokalen Anströmungsgeschwindigkeit, die mit der Fluggeschwindigkeit steigt. Deshalb ist der Widerstandsanstieg für eine Erhöhung des Blattwinkels für große  $J$  höher und die Punkte verteilen sich auf einem größeren Bereich von  $C_P$ .

Die berechneten Werte werden mit den Werten des Referenzkennfeldes verglichen. Dazu wird in einem ersten Schritt die Übereinstimmung der Rechengebiete geprüft.



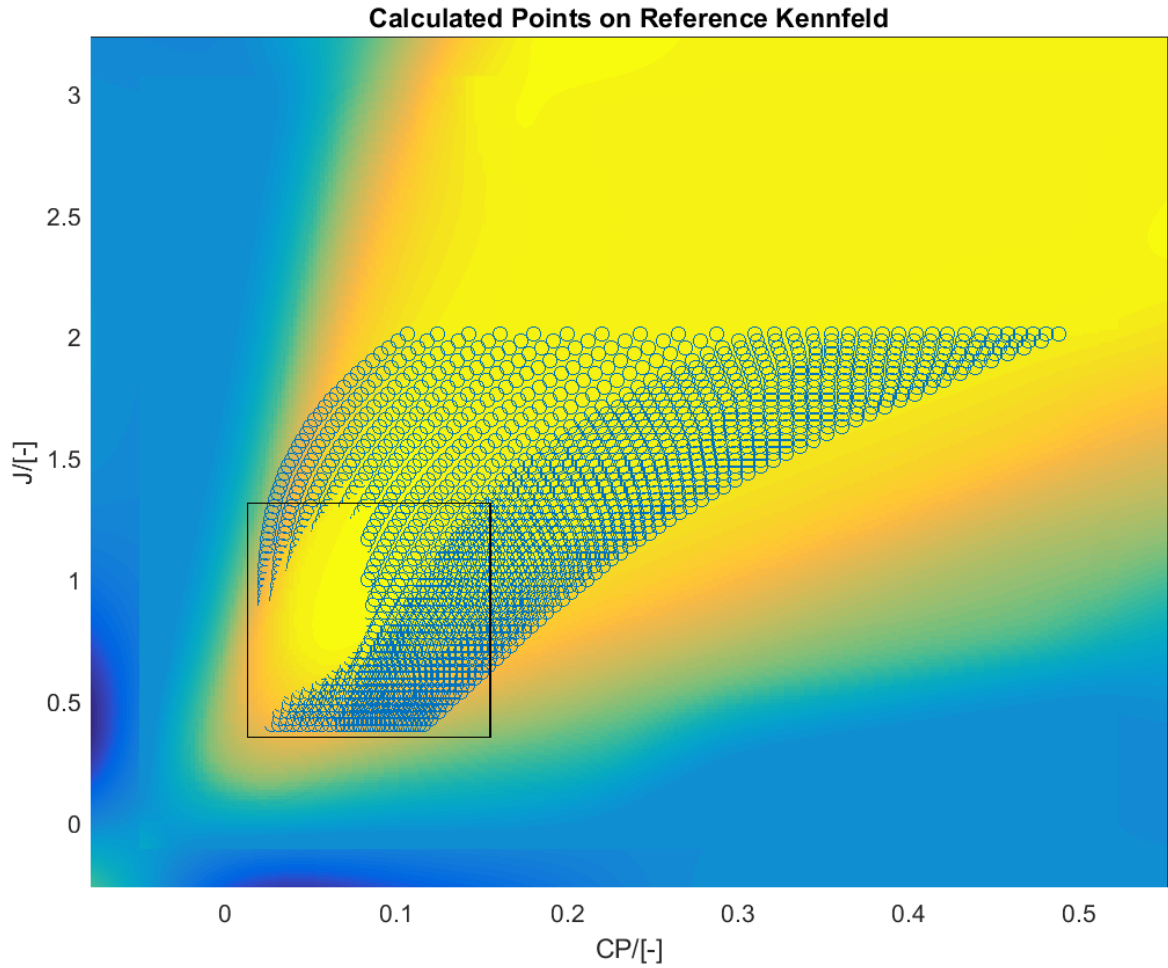
**Abbildung 6.21:** Bei der Performanceanalyse berechnete Punkte

Abbildung 6.22 zeigt die berechneten Betriebspunkte zusammen mit dem Referenzkennfeld. Die Punkte befinden sich in der Mitte des Kennfeldes und decken einen großen Teil des Plateaus ab. Typische Betriebspunkte eines realen Fluges liegen innerhalb des schwarz markierten Bereichs, der sehr gut von den berechneten Punkten abgedeckt wird.

Die Gebiete am Rand des Referenzkennfeldes, wo die Effizienz stark sinkt (am Übergang zwischen den gelblichen und den blauen Farbtönen) wird nicht abgebildet, da diese Bereiche für einen Flug nur wenig Relevanz besitzen.

Die Vorgehensweise der Validierung ähnelt der für die Bestimmung eines optimalen TP. Aus dem Kennfeld wurden die Effizienzwerte an den Koordinaten der berechneten Punkte gelesen und diese mit den berechneten Effizienzwerten verglichen.

Der Effizienzunterschied



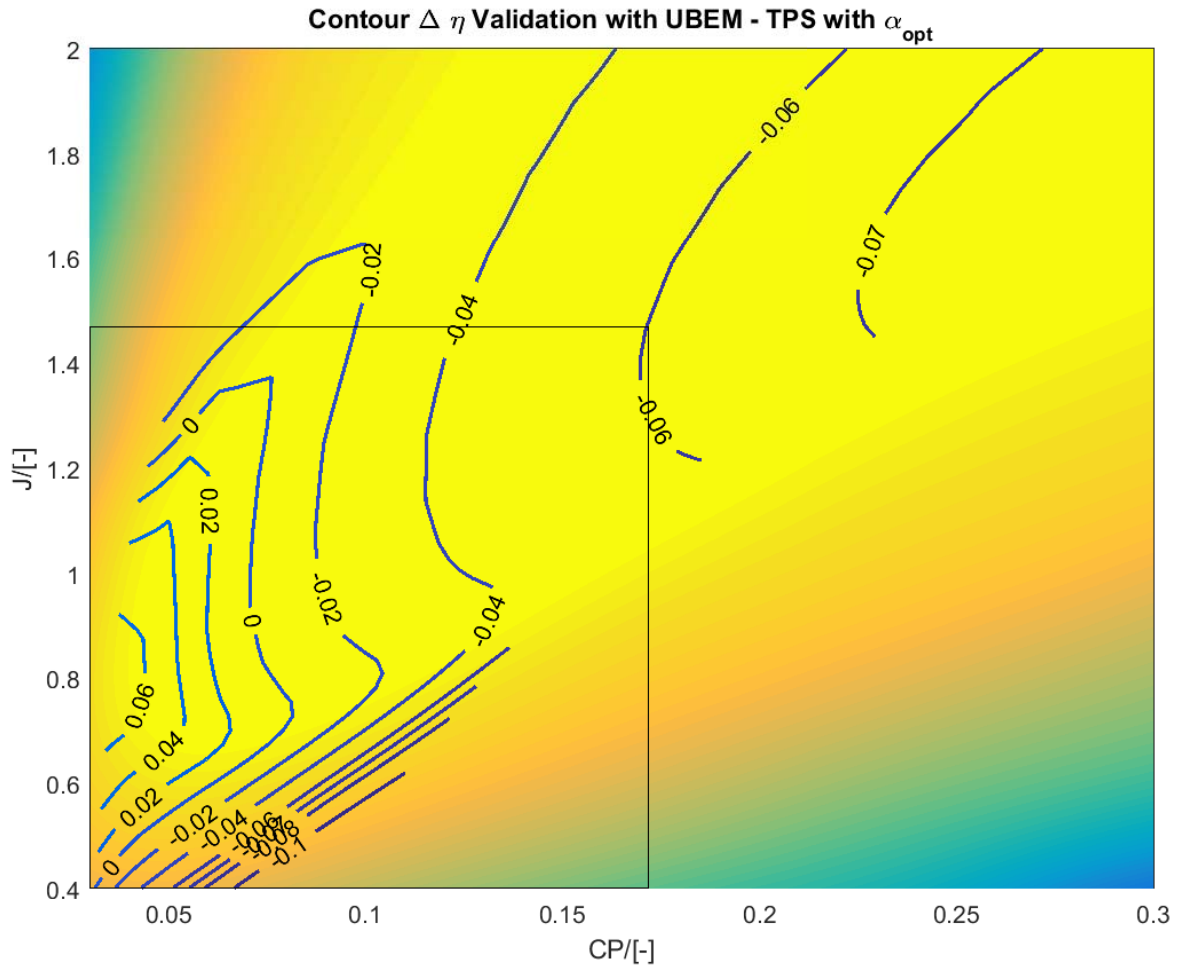
**Abbildung 6.22:** Bei der Performanceanalyse berechnete Punkte über dem Referenzkennfeld

$$\Delta\eta = \eta_{ref} - \eta_{calc} \quad (6.1.2)$$

wurde in Abbildung 6.23 dargestellt.

Abgebildet ist als Grundlage ein Ausschnitt des Referenzkennfeldes. Darüber wurde eine Höhenliniendarstellung der Effizienzunterschiede gezeichnet. Der Ausschnitt der Abbildung ist so gewählt, dass alle berechneten Punkte dargestellt werden. Wie in der vorhergehenden Abbildung ist der Bereich typischer Betriebspunkte mit einem schwarzen Rahmen markiert.

Zunächst wird der Bereich rechts oben und außerhalb der schwarzen Markierung betrachtet:



**Abbildung 6.23:** Effizienzunterschied aller berechneten Punkte

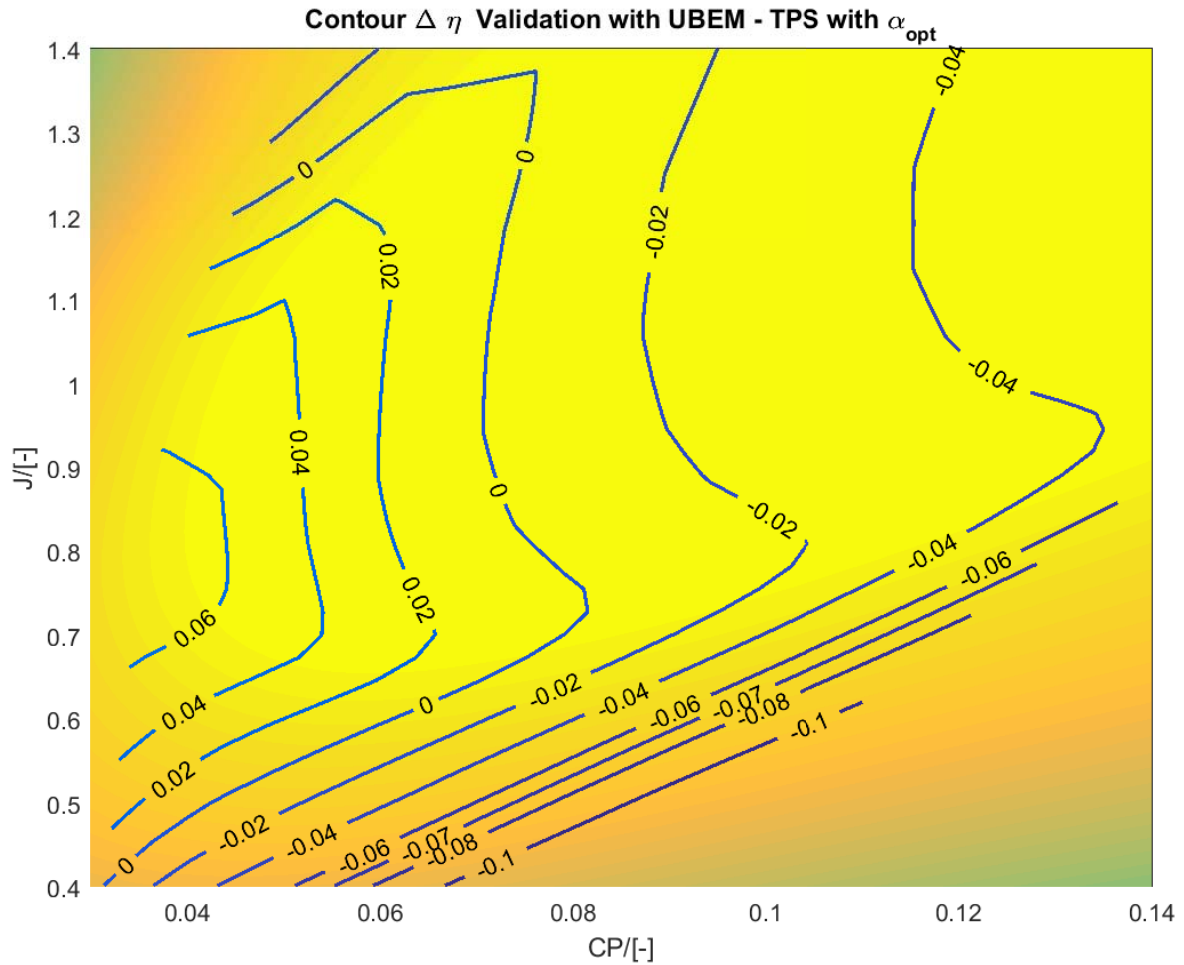
Auf dem Plateau des Referenzkennfeldes wird die Effizienz des Propellers etwas überschätzt. Die aus den berechneten Werten gebildete Fläche liegt ab einem  $C_P$  von ca. 0.1 etwa 2% über den Referenzdaten und tendiert mit steigendem  $C_P$  und  $J$  gegen einen Wert, der 7-8% über dem des Referenzkennfeldes liegt.

Diese Werte stimmen tendenziell mit den Werten der Validierung mit Windkanaldaten des IMPULLS-Propellers überein.

Im nächsten Schritt wird das Gebiet innerhalb der schwarzen Markierung eingehender betrachtet. Dazu wurde aus dem Bild 6.23 ein Ausschnitt erstellt.

In Abbildung 6.24 zeigt sich, dass die Effizienzwerte sowohl über- als auch unterschätzt werden.





**Abbildung 6.24:** Effizienzunterschied aller berechneten Punkte

Die berechneten Daten bilden die für Kennfelder typische Glockenkurve mit einer „Spitze“ des Plateaus in der Ecke kleiner  $C_P$  und  $J$ . Diese „Spitze“ liegt bei den berechneten Daten aber nicht an der Stelle der Referenzdaten. Dieser Bereich des Kennfeldes kann nicht aus den Windkanaldaten des IMPULS-Propellers gelesen werden, um einen Vergleich mehrerer Datensätze durchzuführen.

Alle anderen Charakteristika eines Kennfeldes werden von den berechneten Ergebnissen jedoch sehr genau abgebildet: An den Seiten der Glockenkurve fällt die Effizienz stark ab und tendiert gegen null. Auch das erwähnte Plateau der Effizienz wird ausgebildet, liegt jedoch analog zu den Windkanaldaten um bis zu 7% zu hoch.

### 6.1.3 Validierung mit SU<sup>2</sup>

Die Open-Source Software SU<sup>2</sup> der Universität Stanford [17] enthält vorgefertigte Beispielaufgaben zur Berechnung verschiedener Problemstellungen. Unter anderem ist dort auch ein Berechnungsgitter für einen Propeller mit zwei Rotorblättern enthalten. Der Propeller ist der häufig zur Validierung von Methoden verwendete Cardonna-Tung Rotor.

Das in SU<sup>2</sup> vorgegebene Berechnungsbeispiel wurde ausgeführt und das Ergebnis mit einer äquivalenten Berechnung der Rotorperformance mit UBEM verglichen.

Aufgrund des geringen Blattwinkels von  $\beta = 8^\circ$  im vorgegebenen Beispiel wurde als Anströmungsgeschwindigkeit  $6 \frac{m}{s}$  gewählt.

Die mit SU<sup>2</sup> berechnete Rotoreffizienz beträgt für diesen Fall 76.48%. Mit UBEM wurde eine Rotoreffizienz von 84.57% berechnet.

Damit liegt die von der UBEM berechnete Effizienz ca. 8%-Punkte über der mit SU<sup>2</sup> berechneten und im Bereich der bisherigen Ergebnisse.

### 6.1.4 Validierung durch Korrekturmethode

Nach [22] kann eine Verbesserung der Ergebnisse einer Berechnungsmethode mittels einer Kalibrierung und anschließender Verifikation erfolgen.

Diese Vorgehensweise erfolgt in mehreren Schritten:

Zuerst werden im Rahmen der Kalibrierung verschiedene Parameter der Berechnung variiert bis die Ergebnisse mit einer Referenzlösung übereinstimmen. Anschließend kann die so angepasste Methode verwendet werden um die Übereinstimmung mit anderen Referenzlösungen zu überprüfen.

Bei hinreichender Übereinstimmung kann die Methode als Verifiziert bezeichnet und für zukünftige Berechnungen verwendet werden. Die Problemstellungen dürfen dabei nicht zu stark von den zur Kalibrierung und Verifizierung verwendeten Betriebsfällen abweichen.

Diese Methode der Kalibrierung kann verwendet werden um die UBEM für ein bestimmtes Set von Anwendungsfällen zu verbessern und so die Überschätzung der Effizienz verringern.

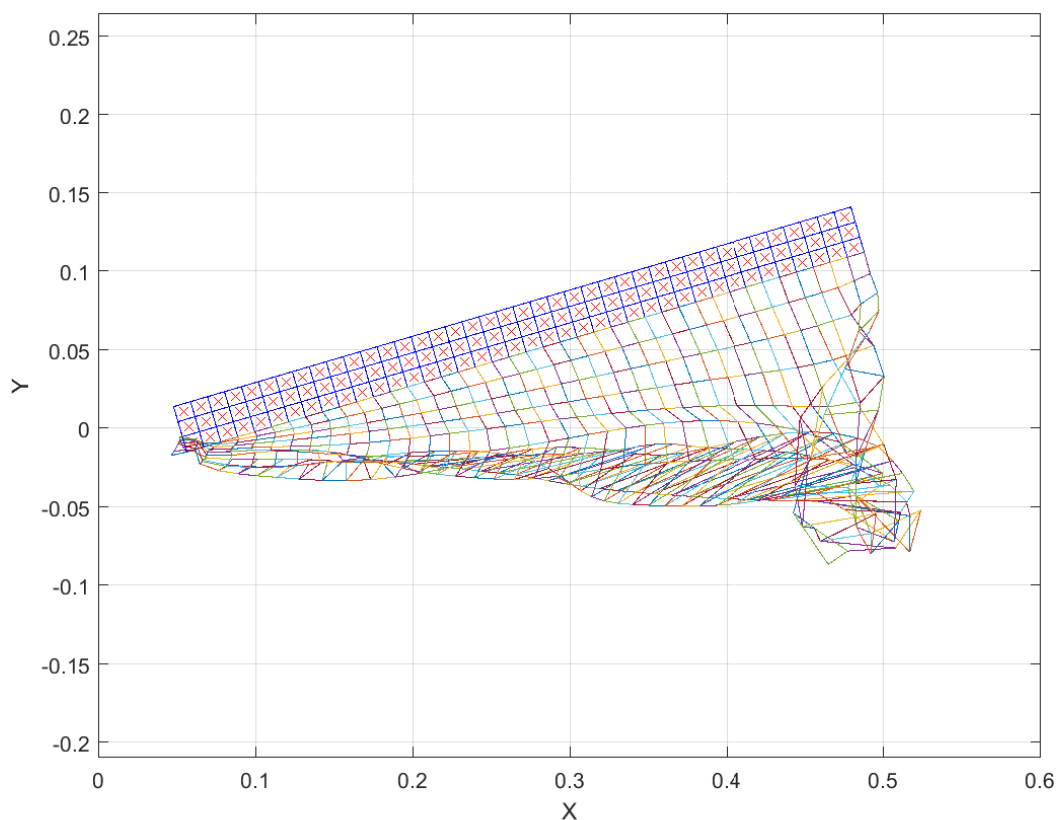
## 6.2 UVLM

Die UVLM wurde nicht vollständig validiert. Dies sollte in einer zukünftigen Überarbeitung von SARF durchgeführt werden. Der Rotornachlauf wurde qualitativ untersucht und die Plausibilität der entstandenen Nachlaufgeometrie wurde analysiert. Zusätzlich wurde aus den Ergebnissen der UVLM der Auftrieb an den Rotorblättern berechnet und dessen Plausibilität betrachtet.

### 6.2.1 Nachlaufgeometrie aus Wirbelelementen

Die Berechnung einer Nachlaufgeometrie muss mehrere Phänomene abbilden können:

- ein Aufrollen des Blattspitzenwirbels
- die Einschnürung des Nachlaufs
- den Einfluss von im Nachlauf platzierten Körpern.

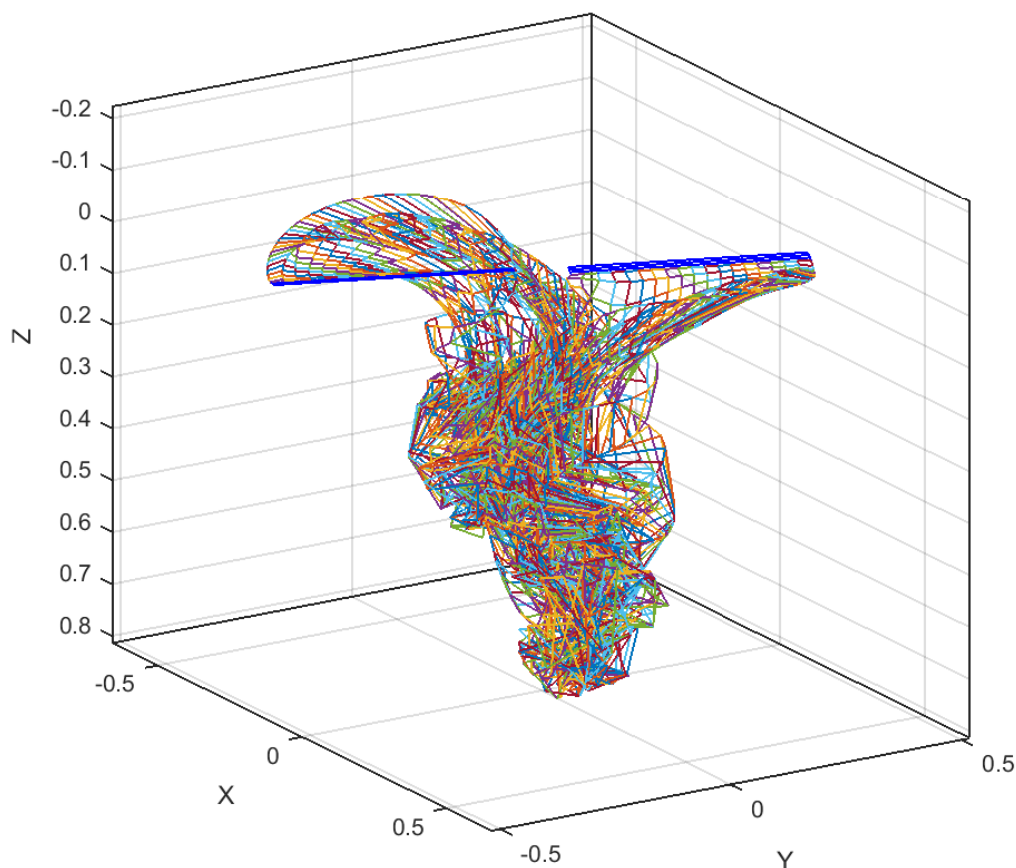


**Abbildung 6.25:** Nachlaufgeometrie eines Rotorblattes

Zu Untersuchung der Berechnungen wurde der Nachlauf eines Rotors mit zwei Rotorblättern berechnet. Abbildung 6.25 zeigt ein Rotorblatt des Nachlaufs nach 10 Zeitschritten. Die Rotornabe liegt auf den Koordinaten  $(0,0)$ , die Drehung erfolgt um die positive Z-Achse.

Rechts ist deutlich die Bildung des Blattspitzenwirbels zu erkennen. Dieser bildet sich durch Aufrollen der außen liegenden Wirbelelemente zu einem Wirbelsystem. Die Drehrichtung des Blattspitzenwirbels ist nach der „Rechte-Hand“-Regel einem vom Rotorblatt weg zeigenden Wirbel folgend. Diese Drehrichtung wird ebenfalls korrekt ermittelt.

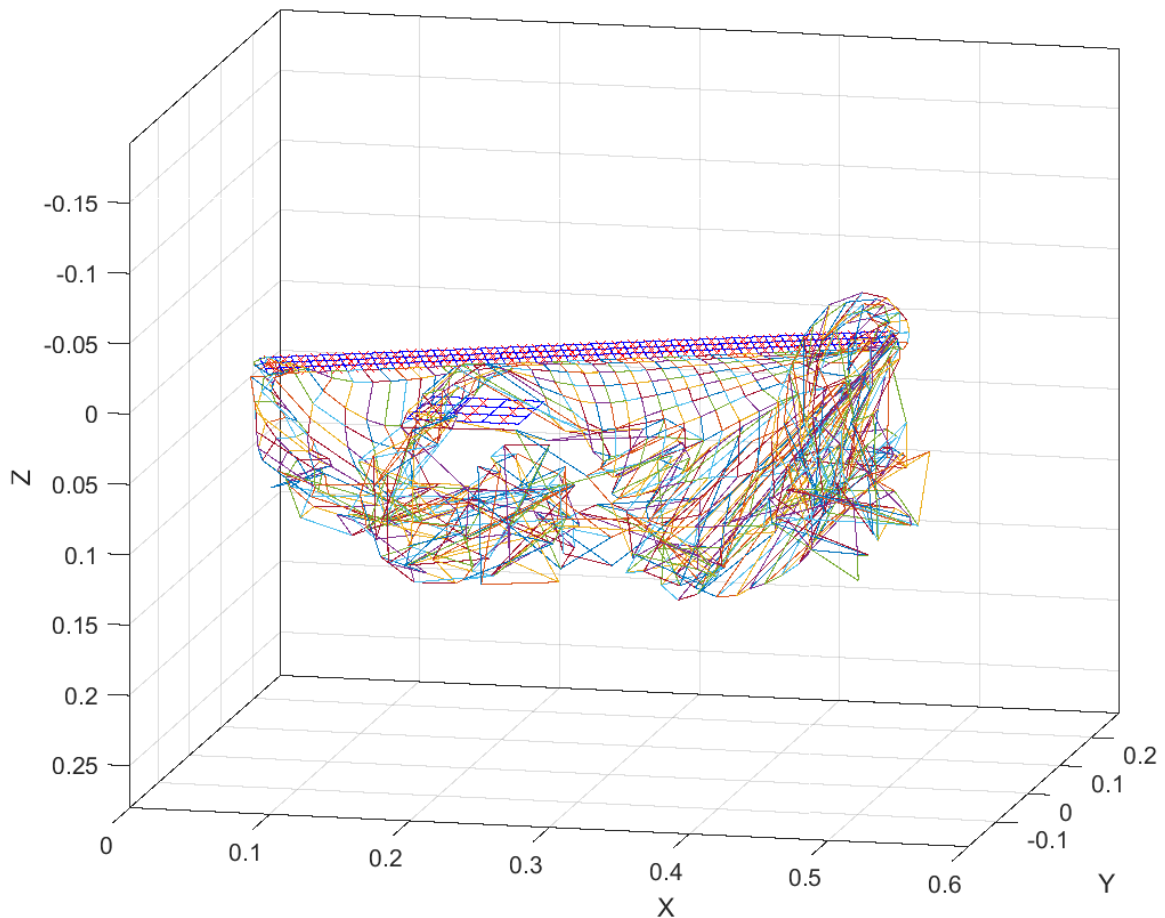
Weiterhin lässt sich im unteren Bereich der durch den plötzlichen Start der Bewegung erzeugte Anfahrwirbel gut erkennen. Dieser Wirbel verursacht numerische Instabilitäten und kann durch langsames Anlaufen des Rotors vermieden werden. Dazu wird die vorgegebene Drehgeschwindigkeit in jedem Zeitschritt schrittweise bis zu einer finalen Rotationsgeschwindigkeit gesteigert.



**Abbildung 6.26:** Nachlaufgeometrie eines Rotorblattes über mehrere Zeitschritte

Bei einer in Abbildung 6.26 dargestellten, über mehrere Zeitschritte laufenden Berechnung lässt sich die Ausbildung eines Nachlaufes erkennen. Der Anfahrwirbel im unteren Bereich beeinflusst auch später abgelöste Wirbelelemente und sorgt so im unteren Bereich des Gebietes für starke Verwirbelungen.

Der Einfluss eines im Nachlauf platzierten Objektes wird in Abbildung 6.27 dargestellt. Erneut ist ein Rotorblatt nach wenigen Zeitschritten gezeigt, um die Wirkung des Objektes besser erkennen zu können.



**Abbildung 6.27:** Nachlaufgeometrie eines Rotorblattes mit Objekt im Nachlauf

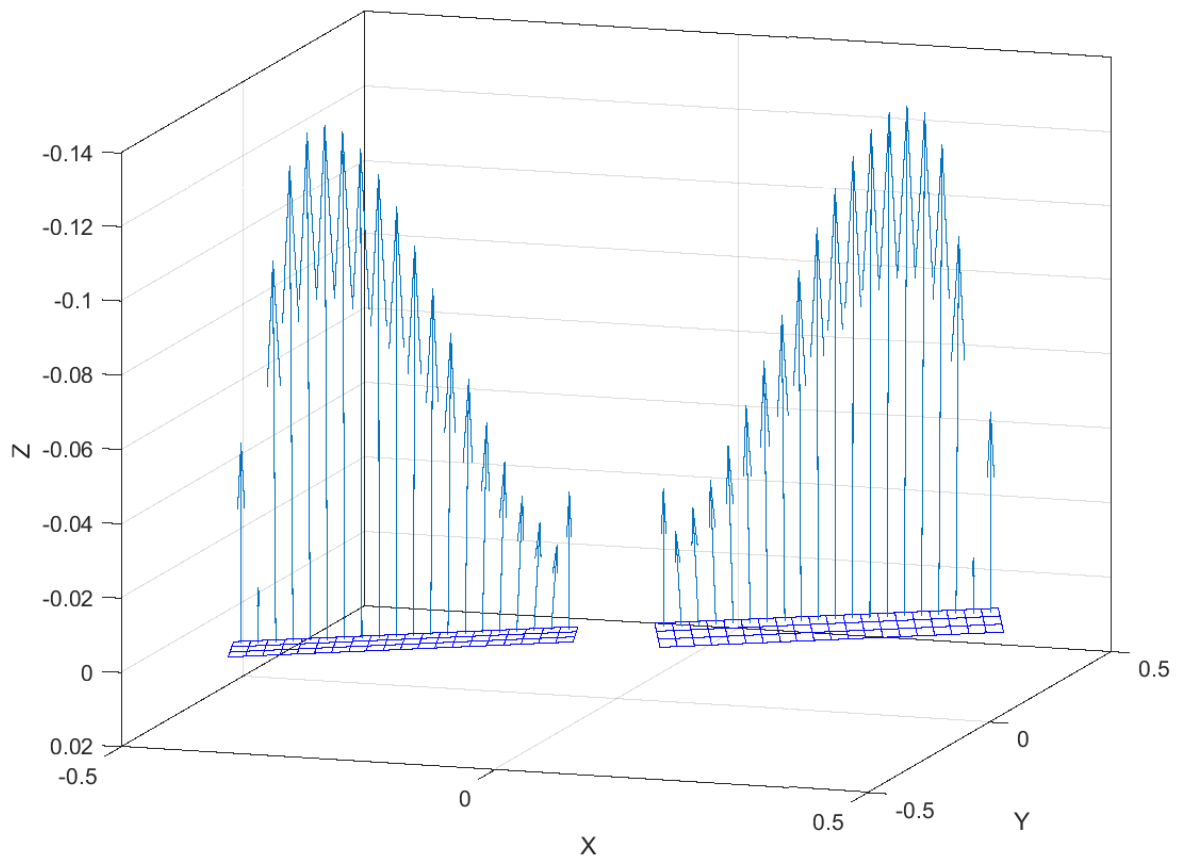
Ein kleines Stück unter der Rotorebene wurde eine kleine Platte platziert. Diese Platte wird nach kurzer Zeit von einem Rotorblatt überstrichen. Wenig später würde der Nachlauf genau über die Platte streichen. Dies ist jedoch aufgrund der „No-Penetration“ Randbedingung nicht möglich, da ein der Eckpunkt eines Wirbelrings nicht durch das Objekt wandern kann.

Wie in der Abbildung sichtbar, wird der Nachlauf deshalb um die Platte herum verdrängt. Auch im direkten Nachlauf der Platte (die bei dieser Berechnung selbst keinen Nachlauf erzeugt) befinden sich keine Eckpunkte der Wirbelringe. Weit hinter der Platte herrscht keine einheitliche Wirbelschicht mehr vor, da diese gestört wurde und so die Turbulenz im Nachlauf deutlich ansteigt.

Da sich die Strömung langsamer als mit Schallgeschwindigkeit bewegt, werden auch die Elemente vor der Platte und das Rotorblatt von der Platte beeinflusst. Links der Platte erkennt man eine Dehnung der Wirbelelemente vor der Platte.

Die Wirkung auf die Auftriebsverteilung des Rotorblattes wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

### 6.2.2 Betrachtung des Auftriebs

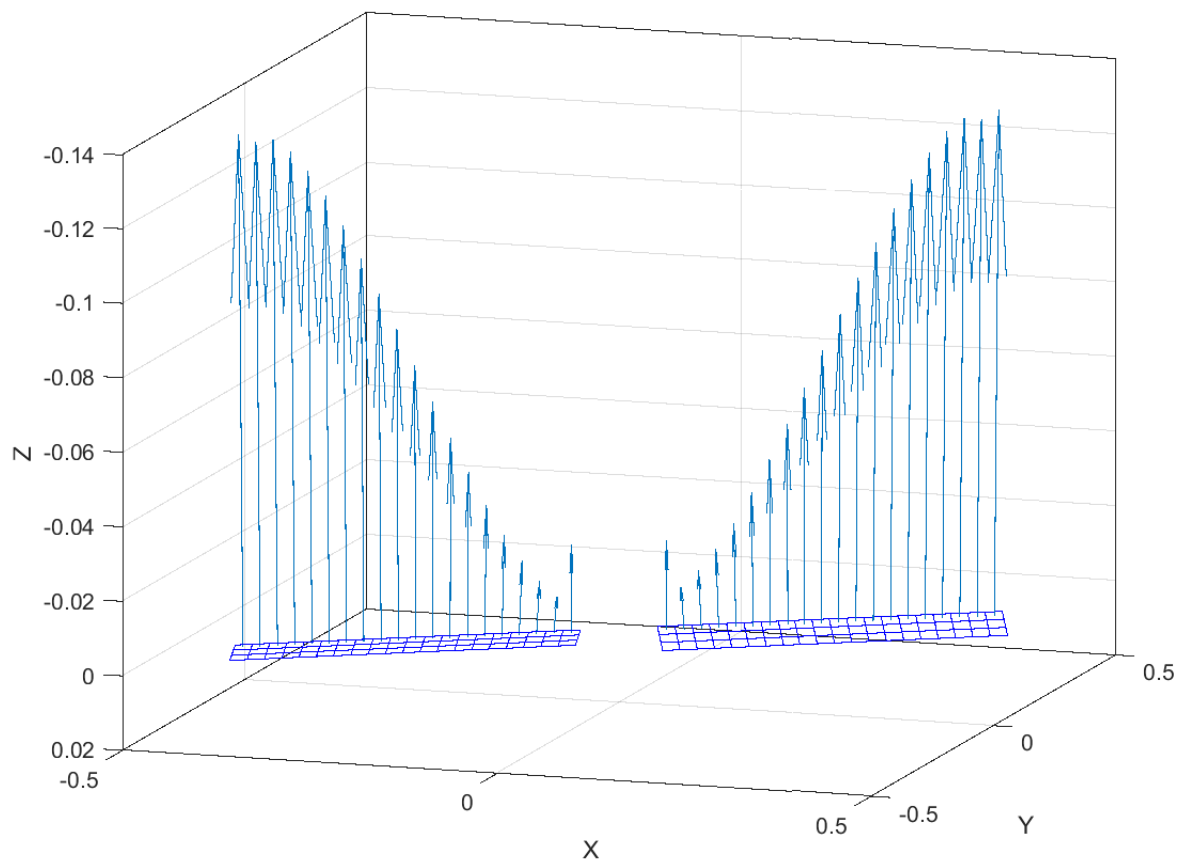


**Abbildung 6.28:** Auftriebsverteilung über die Rotorblätter

Die UVLM liefert nach der Berechnung die Auftriebsverteilung an jedem Rotorblatt. Für einen Rotor mit zwei Rotorblättern ist diese Auftriebsverteilung in Abbildung 6.28 dargestellt. Sichtbar ist der resultierende Auftrieb jeder Gitterreihe. An den Blattspitzen und den Hinterkanten werden Wirbel in den Nachlauf abgegeben und bilden so zusammen die Nachlaufgeometrie.

Deutlich erkennbar ist dabei der nichtlineare Anstieg des Auftriebs nach außen hin, da der erzeugte Auftrieb quadratisch von der lokalen Anströmungsgeschwindigkeit und diese quadratisch vom jeweiligen Radius abhängig ist. Im Außenbereich treten durch die Ablösung an der Blattspitze Verluste auf, weshalb der lokale Auftrieb dort weniger stark ausgeprägt ist.

Demgegenüber kann die Strömung auch ohne Ablösung an der Blattspitze erfolgen, woraufhin sich ein leicht verändertes Bild ergibt:



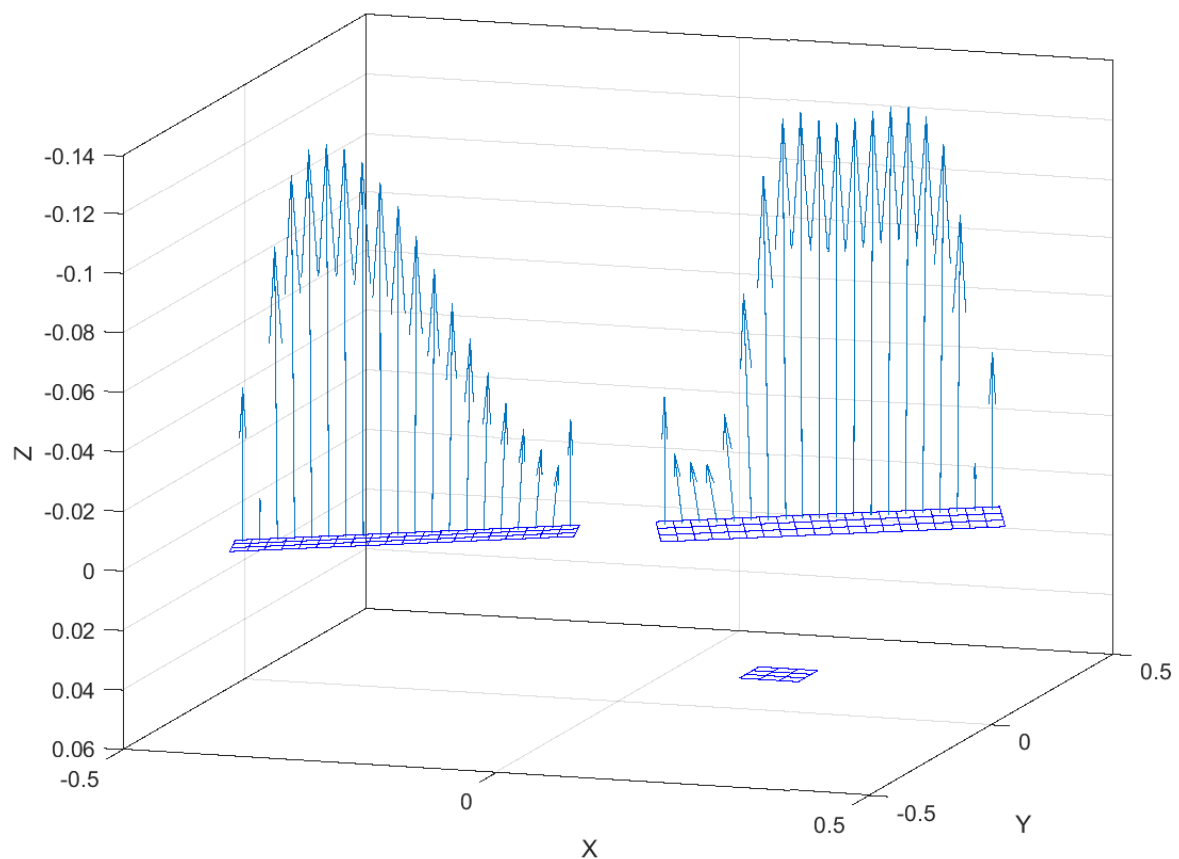
**Abbildung 6.29:** Auftriebsverteilung über die Rotorblätter ohne Ablösung an der Blattspitze

Abbildung 6.29 zeigt dieselbe Situation der Abbildung 6.28, nur ohne Ablösung an den

Blattspitzen.

Diese Modellierung ähnelt einem Blattdesign mit Winglets, die eine Ablösung über die Außenkante des Blattes verhindern. Im äußeren Bereich treten hierdurch deutlich weniger Blattspitzenverluste auf und der Auftrieb sinkt im Außenbereich nicht ab.

Auch eine Betrachtung der Auftriebsverteilung für den Fall, dass sich ein Objekt im Nachlauf befindet, ist möglich.



**Abbildung 6.30:** Auftriebsverteilung über die Rotorblätter mit Objekt im Nachlauf

Dieser Fall ist in Abbildung 6.30 dargestellt. Deutlich erkennbar ist der Unterschied zwischen den Rotorblättern, da der Nachlauf des rechten Blattes über den zusätzlichen Körper streicht. Sobald der Nachlauf von dem Objekt abgelenkt wird, ergibt sich eine Rückwirkung auf das Rotorblatt, welche auch die Auftriebsverteilung beeinflusst.

Diese Auftriebsverteilungen bilden die zu erwartenden Phänomene gut ab, jedoch sollte eine speziell auf die Validierung der UVLM ausgerichtete CFD-Analyse zur weiteren Validierung verwendet werden.



# 7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Masterarbeit wurde zuerst nach Methoden gesucht, mit denen Geometrien von Rotoren für festgelegte Betriebspunkte unter verschiedenen Aspekten analysiert werden können.

Nach einer ausführlichen Analyse von gefundenen und geeignet erscheinenden Methoden wurden die beiden für die Anwendungszwecke des SARF besten ausgewählt, implementiert und in SARF integriert – d.h. diejenigen mit der besten Performance bei ausreichend guter Genauigkeit der Ergebnisse und Erfüllung weiterer Anforderungen:

- Die Unsteady Blade Element Momentum Methode (UBEM) ist in der Lage, instationäres Verhalten der Anströmungsbedingungen und des Rotors abzubilden und für diese Flugzustände die Rotorkennwerte zu berechnen. Der Nachlauf wird dabei nicht berechnet und somit können auch keine Auswirkungen von Objekten im Nachlauf ermittelt werden.
- Mit der Unsteady Vortex Lattice Methode (UVLM) können zu beliebigen instationären Flugzuständen Nachlaufgeometrien von Rotoren berechnet werden. Dabei können auch Körper in der Umgebung eines Rotors berücksichtigt werden.

In SARF wurden außerdem folgende maßgeblichen Konzepte implementiert:

- Blade Sweep
- Zyklische Blattwinkelverstellung
- Interpolation durch Thin Plate Splines

Die bereits ursprünglich auf einfache Erweiterungen ausgerichtete Daten- und Programmstruktur des Frameworks wurde bei diesen Änderungen und Erweiterungen erhalten und mehrere Aspekte für weitere Verbesserungen in der Zukunft wurden vorbereitet.

Die Funktionalität des auf diese Weise entstandenen neuen und wesentlich umfangreicheren Frameworks wurde in einer ausführlichen Validierung mit vorhandenen und neu gewonnenen Datensätzen überprüft und verifiziert.

## 7.1 Ergebnisse

Die ausführliche Validierung der Methoden, insbesondere der UBEM, mit mehreren Referenzdatensätzen, lieferte durchgängig eine Überschätzung der Rotoreffizienz von ca. 5% - 10%. Diese Überschätzung kann durch die Reproduzierbarkeit bei verschiedenen Datengrundlagen als regelmäßig auftretend angesehen und somit bei der Verarbeitung der Ergebnisse entsprechend berücksichtigt werden. Die Validierungsschritte zeigen außerdem, dass die Berechnung mit UBEM stark von der Qualität der zu Grunde liegenden Profilpolaren abhängig ist. Wenn möglich, sollten deshalb aussagekräftige, validierte Profilpolaren beispielsweise aus der UIUC-Datenbank zur Berechnung benutzt werden.

Eine Validierung der UVLM ergab, dass sie bei der Berechnung der Nachlaufgeometrie wichtige Phänomene abbilden kann, z.B.

- ein Aufrollen des Blattspitzenwirbels
- die Bildung eines Anfahrwirbels
- die Einschnürung des Nachlaufs
- den Einfluss von im Nachlauf platzierten Körpern.

## 7.2 Ausblick

Das Rotor Framework SARF sollte zukünftig um folgende Funktionalitäten erweitert werden:

- Integration der aktuell vorhandenen drei Interpolationsmethoden für unterschiedliche Profilpolaren-Datenbanken zu einer universellen Interpolationsmethode. Hierfür bietet sich die Interpolation mit TPS an, da dieses Verfahren die größte Variabilität bei gleichzeitiger guter Performance bietet.
- Verbesserung der Interpolation mit TPS durch Automatisierung der Bestimmung des Parameters  $\alpha_{TPS}$  (Berechnung mit Kreuzvalidierungsverfahren nach [4])
- Aufgrund der festgestellten Sensibilität der UBEM-Berechnungen für die Qualität der verwendeten Profilpolaren könnte ein Algorithmus erstellt werden, der einer gegebenen Profilgeometrie ein Profil der UIUC-Datenbank mit ähnlichem Verhalten zuordnet bzw nach dem Vorbild von Ponza [18] eine Extrapolation bekannter Profilpolaren auf nicht in den Datenbanken enthaltene Profile zulässt.
- Validierung der UBEM und der UVLM für verschiedenste Betriebspunkte mit einer speziell für diesen Zweck durchgeführten CFD-Analyse.

- Beseitigung der einschränkenden Annahmen für die Berechnung der Nachlaufgeometrie mit der UVLM, damit die Methode universeller einsetzbar ist. Dazu gehört, dass Rotationen der einzelnen Körper um andere Achsen als die Z-Achse und um ein anderes Rotationszentrum als die Nabenmitte ermöglicht werden.
- Flexiblere Gestaltung des Prozesses der Wirbelablösung, damit auch die Ablösung an Ecken des Gitters mit 3 abgelösten Ecken des Gitterelements erfolgen kann
- Einbau einer Möglichkeit zur Vorgabe einer Start-Nachlauf-Geometrie, um die Berechnung deutlich beschleunigen zu können
- Verwendung der in Kapitel 5.1.1 beschriebenen instationären Anströmungsbedingungen der UBEM für die UVLM
- Implementierung einer automatisierten Umwandlung der Profilschnitt-Geometrie in die für die UVLM benötigte Diskretisierung.

### 7.3 Fazit

Das validierte, flexible und erweiterbare Framework SARF aus dieser Masterarbeit ermöglicht es, eine Analyse der Rotorperformance sowie des Rotornachlaufs in Wechselwirkung mit anderen Elementen eines Luftfahrzeugs relativ einfach und schnell bei für viele Anwendungsfälle hinreichender Genauigkeit durchzuführen. Auch eine Rotorsynthese für gegebene Betriebspunkte ist möglich - sie liefert eine optimale, auf Profilschnitten basierende Rotorgeometrie.

Mit SARF können vielfältige Aufgabenstellungen der Rotor-Aerodynamik bearbeitet werden. Beispiele sind die Erstellung von Konfigurationsstudien zur optimalen Platzierung von Propellern oder die Berechnung der Rotorkennwerte während einer Flugmission zur Ausleitung in andere Applikationen wie die Entwicklung eines Reglers zur Vermeidung von Vibrationen.

# Literaturverzeichnis

- [1] Hamidreza Abedi, Lars Davidson, and Spyros Voutsinas. Development of free vortex wake method for aerodynamic loads on rotor blades. In *EWEA 2014: Europes Premier Wind Energy Event, Barcelona, Spain*, 2014.
- [2] Charles N. Adkins and Robert H. Liebeck. Design of optimum propellers. *Journal of Propulsion and Power*, 10:676 – 682, 1994.
- [3] Ashish Bagai and J Gordon Leishman. Flow visualization of compressible vortex structures using density gradient techniques. *Experiments in Fluids*, 15(6):431–442, 1993.
- [4] Ernesto Benini and Rita Ponza. Nonparametric fitting of aerodynamic data using smoothing thin-plate splines. *AIAA Journal*, 48(7):1403–1419, July 2010.
- [5] J.D. Colmenares, O.D. López, and S. Preidikman. Computational study of a transverse rotor aircraft in hover using the unsteady vortex lattice method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- [6] A. Deperrois. Airfoil Analysis and Design Tool XFLR5. <http://www.xflr5.com/xflr5.htm>, 2016. Accessed 2016-05-06.
- [7] Mark Drela. *XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils*, pages 1–12. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1989.
- [8] Technische Universität Braunschweig Institut für Flugführung. Das Forschungsflugzeug Do 128-6. D-IBUF. <https://www.tu-braunschweig.de/iff/forschung/forschungsflugzeug>, 2016. Accessed 2016-05-06.
- [9] Technische Universität München Lehrstuhl für Luftfahrtsysteme. Das IMPULLS Forschungsflugzeug. <https://www.lls.mw.tum.de/index.php?id=33&L=0>, 2016. Accessed 2016-05-06.
- [10] M.O.L. Hansen. *Aerodynamics of Wind Turbines*. Earthscan, 2008.
- [11] J. Katz and A. Plotkin. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 2001.
- [12] P. Konstadinopoulos, D. F. Thrasher, D. T. Mook, A. H. Nayfeh, and L. Watson. A vortex-lattice method for general, unsteady aerodynamics. *Journal of Aircraft*, 22(1):43–49, January 1985.

- [13] Anton J. Landgrebe. An analytical method for predicting rotor wake geometry. *Journal of the American Helicopter Society*, 14:20–32, 10 1969.
- [14] J. Lassig and J. Colman. Wind turbines aerodynamics. In Jorge Colman Lerner and Ulfilas Boldes, editors, *Applied Aerodynamics*, chapter 6, pages 109 – 126. InTech, 2012.
- [15] T. Mauermann. *Flexible Aircraft Modelling for Flight Loads Analysis of Wake Vortex Encounters*. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. DLR, Bibliotheks- und Informationswesen, 2010.
- [16] S. Øye. Dynamic stall, simulated as a time lag of separation. In *Proceedings of the 4th IEASymposium on the Aerodynamics of Wind Turbines*, 1991.
- [17] Francisco Palacios, Thomas D. Economon, Aniket Aranake, Sean R. Copeland, Amrita K. Lonkar, Trent W. Lukaczyk, David E. Manosalvas, Kedar R. Naik, Santiago Padron, Brendan Tracey, Anil Variyar, and Juan J. Alonso. Stanford university unstructured (su2): Analysis and design technology for turbulent flows. In *AIAA SciTech*, pages –. American Institute of Aeronautics and Astronautics, January 2014.
- [18] R. Ponza and E. Benini. Airfoil data fitting using multivariate smoothing thin plate splines. *AIAA Journal*, 49(2):349–364, 2011.
- [19] Sergio Preidikman. *Numerical Simulations of Interactions Among Aerodynamics, Structural Dynamics, and Control Systems*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- [20] T. Sebastian and M.A. Lackner. Development of a free vortex wake method code for offshore floating wind turbines. *Renewable Energy*, 46:269 – 275, 2012.
- [21] Moritz Thiele. Entwicklung eines programms zur auslegung und berechnung von in-stationär nicht planar angeströmten rotoren. Semesterarbeit, Technische Universität München - TUM, 2015.
- [22] Anderson Wang. Introduction to groundwater modeling: Finite difference and finite element methods. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 63(37):778–778, 1982.

# Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Masterarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Wessling, den 12. September 2016

(Moritz Thiele)